Ökonomen & Wirtschaftsingenieure

Statistik 1 WS 2011 / 2012

A

Aufgabe 1

Statistix hat sich von einem Statistischen Landesamt folgende Mikrozensus–Daten über das Jahreseinkommen [in Tsd. €] von Haushalten verschafft :

Jahreseinkommen [in Tsd. €] von . . . bis unter	h_j
0 – 20	20
20 – 40	40
40 – 60	20
60 – 100	20

1) Wie nennt man diese Art der „ Datenbeschaffung " ?

2) Stellen Sie die absolute Häufigkeitsverteilung graphisch dar !

3) Ermitteln Sie tabellarisch die (relative) Verteilungsfunktion und stellen Sie diese graphisch dar !

4) Nennen Sie zwei Mittelwerte, die sich sinnvoll aus den vorliegenden Daten berechnen lassen, und ermitteln Sie rechnerisch deren Werte !

5) Berechnen Sie die durchschnittliche Abweichung aus den vorliegenden Daten !

6) Bestimmen Sie rechnerisch die Werte einer sog. „ 5 – Zahlen – Zusammenfassung " und zeichnen Sie den zugehörigen Box–Plot !

7) Interpretieren Sie die Schiefe der Datenverteilung

   a) insgesamt

   b) innerhalb des zentralen Datenkörpers !

8) Bestimmen Sie tabellarisch die Lorenzsche Konzentrationsverteilung und zeichnen Sie die zugehörige Lorenzkurve !

9) Wieviel Prozent des gesamten Jahreseinkommens entfallen auf die 15 % „ reichsten " Haushalte ?

10) Wieviel Prozent des gesamten Jahreseinkommens entfallen auf diejenigen Haushalte, die bezüglich des Jahreseinkommens die „ mittleren " 50 % ausmachen ?

B

Ein Autofahrer tankt auf einer Reise dreimal, und zwar beim i–ten Mal ($i = 1, 2, 3$) die Menge q_i (Liter) zum Preis von p_i $\left(€/_{\text{Liter}}\right)$.

Wie hoch ist der durchschnittliche Benzinpreis auf dieser Reise, wenn der Autofahrer zu verschiedenen Preisen p_i mit

$$\boxed{p_1 = 1{,}52\ €/_{\text{Liter}}\ ;\ p_2 = 1{,}56\ €/_{\text{Liter}}\ ;\ p_3 = 1{,}62\ €/_{\text{Liter}}}$$

1) jedes Mal verschiedene Mengen q_i mit

   $q_1 = 30$ Liter ; $q_2 = 40$ Liter ; $q_3 = 50$ Liter tankt ?

2) jedes Mal die gleiche Menge q tankt ?

3) jedes Mal für den gleichen Geldbetrag [in €] tankt ?

Aufgabe 2

A

Beim Fußballverein 1. FC Berlin hat gerade mitten in der Saison ein Trainerwechsel stattgefunden. Im Fan-Club des Vereins ist man der Meinung, dass auch der neue Trainer die merkwürdigen Leistungsschwankungen der Spieler nicht verändern wird. Für die restlichen **20** Spiele der Saison geben die Fans ihrer Mannschaft für jedes Spiel eine Gewinnchance von **65 %**, während die Wahrscheinlichkeit, dass ein Spiel verloren wird, mit **20 %** bewertet wird.

1) Wie groß ist bei den restlichen 20 Spielen die Wahrscheinlichkeit,
   a) für höchstens 8 Siege ?
   b) für mehr als 11 Niederlagen ?
   c) dass genau 14 mal kein Sieg errungen wird ?
   e) mindestens 14 mal keine Niederlage zu erleiden ?
   f) dass höchstens 8 mal, aber mindestens 4 mal weder Sieg noch Niederlage das Ergebnis ist ?
   g) dass im sechsten Spiel der dritte Sieg errungen wird ?
   h) dass die Mannschaft erst im fünften Spiel die erste Niederlage hinnehmen muss ?
2) Wie groß ist bei den <u>nächsten</u> 7 Spielen die Wahrscheinlichkeit, dass die Mannschaft dreimal gewinnt und einmal unentschieden spielt ?
3) Bestimmen Sie (für die restlichen 20 Spiele der Saison) den Wert der Kovarianz zwischen den beiden Zufallsvariablen „ Anzahl der Siege " und „ Anzahl der Niederlagen " !

B

Ein Mitglied des Fan-Clubs ist Statistik-Student an der TUB und liebt Zahlenspielereien. Er erzählt seinen Freunden, dass ein bestimmter Schiedsrichter besonders streng ist, wenn er ein Spiel des FC Berlin pfeift, und durchschnittlich 4 rote Karten während eines solchen Fußballspiels (≡ 90 Minuten) zeigt. Diese Ereignisse können allerdings als unabhängig angesehen werden, da der Schiedsrichter zwar streng, aber unparteiisch sei.

Wie groß ist – unter diesen Voraussetzungen – die Wahrscheinlichkeit, dass der Schiedsrichter während eines Spiels

1) genau 2 mal die rote Karte zeigt ?
2) mehr als 5 mal die rote Karte zeigt ?
3) mehr als 2 mal, aber höchstens 6 mal die rote Karte zeigt ?

Wie groß ist – unter diesen Voraussetzungen – die Wahrscheinlichkeit, dass

4) es höchstens 18 Minuten dauert, bis der Schiedsrichter zum ersten Mal die rote Karte zeigt ?
5) es länger als 36 Minuten dauert, bis der Schiedsrichter zum ersten Mal die rote Karte zeigt ?
6) der Schiedsrichter spätestens nach 38 Minuten die erste rote Karte zeigt, wenn er in den ersten 11 Minuten keine rote Karte gezeigt hat ?

Aufgabe 3

A

Ein Medikament zeigt, wenn es richtig bzw. falsch dosiert ist, unabhängig voneinander zwei Wirkungen :

⇨ die nicht sofort erkennbare Heilwirkung

und

⇨ die sofort erkennbare Nebenwirkung.

Bei richtiger Dosierung tritt die Heilwirkung mit **90** %-iger Wahrscheinlichkeit, die Nebenwirkung mit **40** %-iger Wahrscheinlichkeit auf.

Durch ein Versehen bei der Herstellung mögen **1** % der Tabletten eine falsche Dosierung besitzen, wobei bei falscher Dosierung die Heilwirkung mit **20** %-iger Wahrscheinlichkeit und die Nebenwirkung mit **60** %-iger Wahrscheinlichkeit eintritt.

Mit welcher Wahrscheinlichkeit kann man auf eine (später eintretende) Heilwirkung hoffen, wenn nach Einnahme des Medikaments

1) die Nebenwirkung eintreten sollte ?

2) die Nebenwirkung ausbleiben sollte ?

Achtung : Formulieren Sie Ihren Lösungsweg in Ereignisschreibweise und benutzen Sie folgende Ereignisdefinitionen :

R : „ Richtige Dosierung "

H : „ Heilwirkung tritt ein "

N : „ Nebenwirkung tritt ein "

B

Eine Maschine verpackt Dichtungsringe, wobei immer 50 solcher Ringe in einen Karton verpackt werden.
Die Gewichte der Dichtungsringe seien unabhängig voneinander und jeweils normalverteilt mit einem Erwartungswert von 1 g bei einer Standardabweichung von $\sqrt{0,005}$ g.
Das Gewicht eines leeren Kartons sei normalverteilt mit einem Erwartungswert von 100 g bei einer Standardabweichung von $\sqrt{2}$ g.

1) Wie ist das Gewicht eines mit Dichtungsringen gefüllten Kartons verteilt ?
[Verteilungstyp und –parameter !]

2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein mit Dichtungsringen gefüllter Karton

a) mehr als 154,2 g wiegt ?

b) zwischen 145,5 g und 153 g wiegt ?

3) Bestimmen Sie ein (zweiseitiges und symmetrisches um den Erwartungswert liegendes) Intervall, in dem mit 95 %-iger Wahrscheinlichkeit das Gewicht eines mit Dichtungsringen gefüllten Kartons liegt !

Aufgabe MC

Block A

1) Da die durchschnittliche Abweichung wie auch die Standardabweichung nicht–lineare Maßzahlen für die Streuung von Datensätzen sind, können sich für beide Maßzahlen bei demselben Datensatz unterschiedliche Zahlenwerte ergeben.
2) Die empirische Kovarianz ist keine dimensionslose Maßzahl.
3) Bei der linearen Einfachregressionsanalyse verläuft eine nach der Methode der kleinsten Quadrate bestimmte Regressionsgerade ($\hat{y} = \hat{b} + \hat{a} \cdot x$) stets durch die Punkte ($\bar{x}$, $\bar{y}$) und (0 , $\hat{a}$).
4) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der geworfenen *Köpfe* beim gleichzeitigen Werfen dreier idealer Münzen " ist binomialverteilt.

Block B

1) Der Variationskoeffizient kann nach Definition auch negative Werte annehmen.
2) Falls gilt : $h(a_j) = n$ [$j = 1, \ldots, k$], so besitzt die zugrundeliegende statistische Größe nur eine Realisationsmöglichkeit.
3) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der geworfenen *Köpfe* beim dreimaligen Werfen einer nicht–idealen Münze " ist binomialverteilt.
4) In einer Urne befinden sich nur rote und gelbe Kugeln. Dann ist die Zufallsvariable X : „ Anzahl der gezogenen grünen Kugeln beim gleichzeitigen Ziehen von n Kugeln aus dieser Urne " einpunktverteilt.

Block C

1) Eine Zufallsvariable ist keine Abbildung von der Menge der statistischen Einheiten in die reellen Zahlen.
2) Sind zwei kardinal skalierte Merkmale unkorreliert, so ist ihre Kovarianz gleich Null.
3) Der „ zentrale Datenkörper " (d.h. die mittleren 50 % der Daten) wird durch den Wert der Spannweite beschrieben.
4) So, wie der Erwartungswert einer stetigen Zufallsvariablen keine negativen Werte annehmen kann, können sich für die Standardabweichung einer stetigen Zufallsvariablen ebenfalls niemals negative Werte ergeben.

Ökonomen & Wirtschaftsingenieure

Statistik 1 WS 2011 / 2012

Block D

1) Sind drei Ereignisse A , B und $C \subset \Omega$ nicht vollständig disjunkt, dann sind sie auch nicht paarweise disjunkt.

2) Die Binomialverteilung kann als Spezialfall der Pólya–Verteilung aufgefasst werden.

3) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der geworfenen *Köpfe* beim gleichzeitigen Werfen dreier nicht–idealer Münzen " ist binomialverteilt.

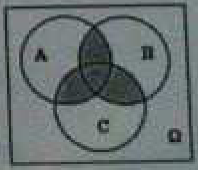
4) Bei einem Glücksspiel hat der Spieler (pro Partie) eine Gewinnchance von 50 %. Dann ist es wahrscheinlicher, 5 von 8 Partien zu gewinnen als 3 von 4 Partien zu gewinnen.

Block E

1) Die Zufallsvariable X : „ Anzahl der geworfenen *Köpfe* beim nacheinander Werfen dreier nicht–idealer Münzen " ist binomialverteilt.

2) An der Kovarianz zweier kardinal skalierter Merkmale X und Y lässt sich die Richtung, aber nicht die Art des Zusammenhangs zwischen X und Y ablesen.

3) Seien A, B und $C \subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „ Genau zwei dieser Ereignisse treten ein " lässt sich folgendermaßen graphisch darstellen :



4) Folgen die Marktverhältnisse im Lorenzschen Sinne einer ökonomischen Gleichverteilung, so hat das betrachtete statistische Merkmal eine empirische Varianz von Null.