

STATISTIK

I

ÖKONOMEN
&
WIRTSCHAFTSINGENIEURE

WS 2015 / 2016

Aufgabe 1

A

Zur Zulassung für ein Seminar muss ein Eignungstest erfolgreich abgeschlossen werden. Der Test wird von Mitarbeitern korrigiert, die die Fehleranzahlen getrennt nach Studienrichtungen notieren, um Aufschluss über eventuelle Unterschiede in den Vorkenntnissen zu erhalten. Das Ergebnis zeigt folgende Tabelle :

| Fehlerzahl von ... bis unter | Studienrichtung WiIng | Economics | Mathematik |
|---------------------------------|--------------------------|-----------|------------|
| 0 - 5 | 18 | 9 | 13 |
| 5 - 10 | 24 | 8 | 28 |
| 10 - 15 | 12 | 12 | 26 |
| 15 - 20 | 16 | 11 | 3 |
| 20 - 30 | 10 | 0 | 10 |

Die durchschnittliche Fehlerzahl (arithm. Mittel) bei der Studienrichtung WiIng beträgt 11,3125 und bei der Studienrichtung Mathematik 10,875 .

- 1) Wie hoch ist die durchschnittliche Fehlerzahl (arithm. Mittel) bei der Studienrichtung Economics ?
- 2) Wie hoch ist die durchschnittliche Fehlerzahl (arithm. Mittel) über alle Studienrichtungen ?
- 3) Bestimmen Sie tabellarisch die relative Häufigkeitsfunktion für die Fehleranzahl über alle Studienrichtungen !
- 4) Ermitteln Sie rechnerisch die Werte einer sog. „ 5 - Zahlen - Zusammenfassung “ für die Fehlerzahl über alle Studienrichtungen !
- 5) Zeichnen Sie den zugehörigen Box - Plot !
- 6) Stellen Sie die relative Häufigkeitsfunktion für die Fehleranzahl über alle Studienrichtungen graphisch dar !

B

Ein Nachhilfe-Lehrer möchte die Anzahl der richtig gelösten Rechenaufgaben in Abhängigkeit von der zur Verfügung stehenden Zeit bei seinen 5 Schülern mit Hilfe einer linearen Einfachregressionsanalyse schätzen. Ein solcher Rechentest besteht aus 40 Aufgaben. Die Untersuchung brachte folgendes Ergebnis :

- 1) Bestimmen Sie rechnerisch die Regressionskoeffizienten \hat{a} und \hat{b} !

| | | | | | |
|---|----|----|----|----|----|
| Anzahl der falsch gelösten Aufgaben | 30 | 25 | 25 | 20 | 20 |
| zur Verfügung stehende Zeit (in Min.) | 20 | 40 | 50 | 50 | 60 |

- 2) Interpretieren Sie den Wert von \hat{a} inhaltlich !
- 3) Interpretieren Sie den Wert von \hat{b} inhaltlich !
- 4) Wie hoch wäre die geschätzte Anzahl der richtig gelösten Aufgaben, falls 30 Stunden Zeit zur Verfügung ständen ? Interpretieren und bewerten Sie dieses Ergebnis !
- 5) Nennen Sie mindestens zwei weitere Einflussgrößen, die hier unberücksichtigt geblieben sind !

Aufgabe 2

A

In einer Schulklasse müssen an einem 6-stündigen Schultag je zwei Stunden Deutsch, Sport und Mathematik unterrichtet werden.

Auf wie viele verschiedene Arten lässt sich der Stundenablauf zusammenstellen, wenn

- 1) die Reihenfolge der Stunden beliebig ist ?
- 2) die beiden Sportstunden hintereinander liegen sollen und die Reihenfolge der anderen Stunden beliebig ist ?
- 3) die Sport- und Mathematikstunden jeweils hintereinander liegen sollen und die Deutschstunden beliebig liegen können ?
- 4) alle drei Unterrichtsfächer jeweils in Doppelstunden abgehalten werden sollen ?

B

Unter der Voraussetzung, dass es geschlechtsspezifisch nur Männer und Frauen (in jeweils gleicher Anzahl) gibt, wurde festgestellt, dass 5 % der Männer, aber nur 0,25 % der Frauen farbenblind sind.

Verwenden Sie folgende Ereignisse :

M : „ Person ist ein Mann “

FB : „ Person ist farbenblind “

Achtung : Der Lösungsweg in Ereignisschreibweise muss klar ersichtlich sein !

- 1) Angenommen, K. Lehmann ist farbenblind.

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass es sich hierbei um einen Mann handelt ?

C

Ein öffentlicher Münzfernsprecher ist defekt. Jemand wirft den benötigten Geldbetrag ein, um zu telefonieren.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass er eine Verbindung erhält, ist 50 %.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass der Apparat beim Auflegen das Geld wieder auswirft, ist $\frac{1}{3}$.

Die Wahrscheinlichkeit dafür, dass das Gespräch nicht zustande kommt, wenn das Geld wieder ausgeworfen wird, ist 50 %.

Verwenden Sie für Ihre Lösung folgende Ereignisschreibweise :

V : „ Verbindung kommt zustande “

A : „ Apparat wirft das Geld wieder aus “

Achtung : Die Lösungswege in Ereignisschreibweise müssen klar ersichtlich sein !

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man

- 1) telefoniert und trotzdem sein Geld zurückbekommt ?
- 2) ein bezahltes Gespräch führen kann ?
- 3) weder telefonieren kann noch sein Geld zurückbekommt ?
- 4) entweder nur telefonieren kann oder nur sein Geld zurückbekommt ?

Aufgabe 2 : Teil D ⇨ nächste Seite !

Aufgabe 2

D

Statistix wohnt in einer Kleinstadt. Dort möge an 25 % aller Tage die Sonne scheinen, an 50 % aller Tage möge der Himmel bewölkt sein und an 25 % aller Tage möge es unaufhörlich regnen.

Statistix schaut jeden Morgen, ehe er das Haus verlässt, nach dem Wetter.

Wenn es regnet, nimmt er mit 90 %-iger Wahrscheinlichkeit seinen Schirm mit (offensichtlich ist er etwas zerstreut), bei bewölktem Himmel mit 50 %-iger Wahrscheinlichkeit (offensichtlich ist er auch etwas unentschlossen) und bei Sonnenschein mit 20 %-iger Wahrscheinlichkeit (offensichtlich ist er auch ein Pessimist).

Verwenden Sie folgende Ereignisse :

S : „ Die Sonne scheint “

B : „ Es ist bewölkt “

R : „ Es regnet “

H : „ Statistix lässt den Schirm zu Hause liegen “

| |
|---|
| Achtung : Die Lösungswege in Ereignisschreibweise müssen klar ersichtlich sein ! |
|---|

Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass

- 1) Statistix den Schirm zu Hause lässt ?
- 2) die Sonne scheint, wenn Statistix morgens mit dem Schirm das Haus verlässt ?

Aufgabe 3**A**

In einem Ärztehaus muss man bei vielen der dort praktizierenden Ärzte sehr lange Wartezeiten in Kauf nehmen, während die eigentliche Behandlung durch den Arzt häufig nur kurz ist.

Sei

X : „Behandlungszeit pro Patient“ normalverteilt

mit $E(X) = 10$ [Minuten] und $\text{Var}(X) = 25$ [Minuten²].

- 1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass man von einem Arzt
 - a) höchstens 15 Minuten behandelt wird ?
 - b) zwischen 8 und 20 Minuten behandelt wird ?
- 2) Wie viele Minuten höchstens wird man mit einer Wahrscheinlichkeit von 87,9 % von einem Arzt behandelt ?

B

Da viele Ärzte keine Voranmeldung annehmen, wartet jeder Patient (unabhängig von den anderen Patienten) während der vierstündigen Sprechstundenzeit des Arztes durchschnittlich eine halbe Stunde, bis er endlich zur Behandlung aufgerufen wird. Gehen Sie davon aus, dass die Anzahl der in diesem Zeitraum aufgerufenen Patienten einer Poissonverteilung folgt.

- 1) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient höchstens eine dreiviertel Stunde bis zum Aufruf warten muss ?
- 2) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass ein Patient länger als 3 Stunden bis zum Aufruf warten muss ?

Angenommen, ein Patient wartet bereits 2 Stunden auf seinen Aufruf.

- 3) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass dieser Patient innerhalb der nächsten 10 Minuten aufgerufen wird ?
- 4) Wie groß ist die Wahrscheinlichkeit, dass in 90 Minuten genau 4 Patienten aufgerufen werden ?

C

In diesem Ärztehaus findet heute eine Feier statt. Der bekannte Feinschmecker–Schnellimbiss „Mc Dagobert“ liefert zur Verköstigung 200 Exemplare seines kulinarisch ausgefeilten Fleisch– und Backwaren–Produkts „Schnopper“. Der Organisator der Feier hat erfahren, dass 10 % der gelieferten „Schnopper“ keinen Zwiebelring enthalten, also unvollständig sind. Bevor nun die Lieferung auf das Buffet gestapelt wird, will er zufällig 10 dieser Köstlichkeiten auswählen, auf Vollständigkeit hin untersuchen und danach aufessen.

- 1) Wie groß ist approximativ die Wahrscheinlichkeit, dass in der Stichprobe
 - a) mindestens ein unvollständiger „Schnopper“ ist ?
 - b) mehr als 7 „Schnopper“ vollständig sind ?
 - c) genau 4 „Schnopper“ unvollständig sind ?
 - d) mindestens 3, aber höchstens 5 „Schnopper“ vollständig sind ?

Aufgabe MC**Block A**

- 1) Zwei ideale Würfel werden geworfen.
Dann gilt für die Ergebnismenge : $\Omega = \{ 2, 3, \dots, 11, 12 \}$.
- 2) Ein Kontingenzkoeffizient kann nur für nominal skalierte Merkmale errechnet werden.
- 3) Eine Zufallsvariable, die negativ binomialverteilt ist, kann keine negativen Werte annehmen.
- 4) Auf einem Neuwagenmarkt herrsche eine Umsatzkonzentration mit einem Ginikoeffizienten gleich Null. Angenommen, es kommt ein neuer Anbieter dazu, dessen Umsatz derselbe ist wie der jedes anderen Anbieters. Dann ändert sich der Ginikoeffizient nicht, während der Wert des Herfindahlindex kleiner wird.

Block B

- 1) Wenn man bei einer Untersuchung von 10 Personen hinsichtlich der Körpergröße und des Körpergewichts feststellt, dass alle 10 Personen die gleiche Größe und das gleiche Gewicht haben, so ergibt sich aus diesen Daten nicht, dass der Korrelationskoeffizient r nach Bravais-Pearson den Wert $r = +1$ hat.
- 2) Die Wahrscheinlichkeit beim zweimaligen Werfen eines nicht-idealen Würfels höchstens eine „6“ zu würfeln, ist gleich der Wahrscheinlichkeit, mindestens einmal keine „6“ zu würfeln.
- 3) Wenn bei der linearen Einfachregressionsanalyse gilt : $\hat{b} = 0$, so ist das Bestimmtheitsmaß R^2 ein unbestimmter Ausdruck.
- 4) Eine Zufallsvariable, die den Wertebereich $\{ 0, 1 \}$ besitzt, ist Bernoulli - verteilt.

Block C

- 1) Bei der graphischen Darstellung einer Häufigkeitsverteilung gruppierter Daten spielt das „Prinzip der Flächentreue“ eine Rolle.
- 2) Wie bei der Regressionsanalyse erfolgt auch bei der Korrelationsanalyse die Datengewinnung in Form einer bedingt eindimensionalen Auswahl.
- 3) Für Dichtefunktionen $f(x)$ gilt : $0 < f(x)$.
- 4) Bei einem ordinal skalierten Merkmal kann man nicht entscheiden, ob eine Merkmalsausprägung doppelt so groß ist wie eine andere Merkmalsausprägung.

Block D

- 1) Seien A und B beliebige Ereignisse. Dann gilt : $P(A \cup B) \leq P(A \cap B)$.
- 2) In einer Urne sind $N = 10$ Kugeln, von denen $M = 6$ rot sind. Es werden $n = 5$ Kugeln zufällig und ohne Zurücklegen aus dieser Urne gezogen. Dann ist die Zufallsvariable X : „Anzahl der gezogenen nicht-roten Kugeln“ hypergeometrisch verteilt mit dem Wertebereich $\{0, 1, 2, 3, 4\}$.
- 3) Wenn zwischen zwei Merkmalen nur die Gleichheits- bzw. Ungleichheitsrelation gilt, handelt es sich um nominal skalierte Daten.
- 4) Ergibt bei metrischen Daten der Maßkorrelationskoeffizient nach Bravais – Pearson den Wert $r = +1$, so hat auch der Rangkorrelationskoeffizient nach Kendall den Wert $\tau = +1$.

Block E

- 1) Führt man eine lineare Transformation ($y_i = a + b \cdot x_i$) eines kardinalen Datensatzes x_i durch mit $a = \frac{\bar{x}}{s_x}$ und $b = \frac{1}{s_x}$, so gilt : $\bar{y} = 0$ und $s_y = 1$.
- 2) Kennt man bei einer Binomialverteilung nur den Erwartungswert und die Varianz, dann kann man die vollständige Wahrscheinlichkeitsfunktion bestimmen.
- 3) Häufigkeitsverteilungen kardinal skalierten Merkmale lassen sich nicht eindeutig beschreiben, wenn man nur das arithmetische Mittel und die (empirische) Varianz ($s^2 > 0$) kennt.
- 4) Seien A, B und $C \subset \Omega$ Ereignisse. Das Ereignis : „Höchstens eines dieser Ereignisse tritt ein“ lässt sich folgendermaßen graphisch darstellen :

