

Aufgabe 1

1

1) Einseitiger Einstichproben-Test auf π

X_i : „Anzahl der langweiligen Spiele beim i-ten Spiel“

X_i ist Bernoulli-verteilt mit π

$Y = \sum_{i=1}^n X_i$: „Anzahl der langweiligen Spiele ... bei ... einfachen ... $n = 16$ “

Y ist $B(n; \pi) \sim B(16; \pi)$

$\frac{Y}{n}$: „Anteil der langweiligen Spiele ... bei ... einfachen ... $n = 16$ “

2)

a) $H_0: \pi \geq \pi_0 (= 0,25)$

$H_1: \pi < \pi_0 (= 0,25)$

$\alpha \equiv P(\text{„Absichtsregel bleibt“} / \text{zu viele Spiele sind langweilig})$

3

b) $H_0: \pi \leq \pi_0 (= 0,25)$

$H_1: \pi > \pi_0 (= 0,25)$

keine Risikoüberlegung! $\alpha = 0,1$

2

3) $Y = \sum_{i=1}^n X_i$: „Anzahl der langweiligen Spiele ... bei ... einfachen ... $n = 16$ “

Y ist unter H_0 ungünstigstenfalls $B(n; \pi_0) \sim B(16; 0,25)$

2

4) Annber.: $\{y/y \leq 6\}$; $B: \{y/y > 6\}$; $\alpha_{\alpha} = 1 - 0,9204 = 0,0796$

6

5) a) $P(\text{„}H_0\text{“} / \pi_1 = 0,1 \in H_0) \equiv 1 - \alpha(\pi_1 = 0,1) = 0,9995$

b) $P(\text{„}H_1\text{“} / \pi_2 = 0,8 \in H_1) \equiv 1 - \beta(\pi_2 = 0,8) = 1 - 0,0002 = 0,9998$

c) $P(\text{„}H_1\text{“} / \pi_3 = 0,3 \in H_1) \equiv 1 - \beta(\pi_3 = 0,3) = 1 - 0,8247 = 0,1753$

6) a) $P(\text{„}H_1\text{“} / \pi_4 = 0,2 \in H_0) \equiv \alpha(\pi_4 = 0,2) = 1 - 0,9733 = 0,0267$

b) $P(\text{„}H_0\text{“} / \pi_5 = 0,65 \in H_1) \equiv \beta(\pi_5 = 0,65) = 0,0229$

c) $P(\text{„}H_0\text{“} / \pi_6 = 0,95 \in H_1) \equiv \beta(\pi_6 = 0,95) = 0$

1

7) Da $y = 7 \in B \Leftrightarrow \text{„}H_1\text{“}$

8) Auf ... $\alpha_{\alpha} = 7,96\%$ basierend ... einfachen ... $n = 16$ konnte statistisch nachgewiesen werden, dass der w Anteil der langweiligen Spiele zu hoch ist! Ja, Absichtsregel wird abgeschafft!

2

9) α -Fehler! Gibt es nicht, Testentscheidung ist entweder richtig oder falsch!

2

25

Aufgabe 2

A

X_i : „Einnahmen im i-ten Monat“ [$i = 1, \dots, 36$] mit $E(X_i) = \mu_X$; $\text{Var}(X_i) = \sigma_X^2 = 120,45$
 Y_i : „Ausgaben im i-ten Monat“ [$i = 1, \dots, 36$] mit $E(Y_i) = \mu_Y$; $\text{Var}(Y_i) = \sigma_Y^2 = 45,25$

$$\hat{\theta}_{\mu_X} = a \cdot \left[\frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^{24} X_i \right] + (1-a) \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot \sum_{i=25}^{36} X_i \right] \quad \text{mit } 0 \leq a \leq 1$$

1) $E(\hat{\theta}_{\mu_X}) = E \left[a \cdot \left(\frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^{24} X_i \right) + (1-a) \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot \sum_{i=25}^{36} X_i \right) \right] = a \cdot \left[\frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^{24} E(X_i) \right] + (1-a) \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot \sum_{i=25}^{36} E(X_i) \right]$
 $= a \cdot \left[\frac{1}{24} \cdot 24 \cdot \mu_X \right] + (1-a) \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot 12 \cdot \mu_X \right] = a \cdot \mu_X + (1-a) \cdot \mu_X = \mu_X \cdot (a + 1 - a) = \mu_X$

2) $\text{Var}(\hat{\theta}_{\mu_X}) = \text{Var} \left[a \cdot \left(\frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^{24} X_i \right) + (1-a) \cdot \left(\frac{1}{12} \cdot \sum_{i=25}^{36} X_i \right) \right] = a^2 \cdot \left[\frac{1}{24^2} \cdot \sum_{i=1}^{24} \text{Var}(X_i) \right] + (1-a)^2 \cdot \left[\frac{1}{12^2} \cdot \sum_{i=25}^{36} \text{Var}(X_i) \right]$
 $= a^2 \cdot \left[\frac{1}{24^2} \cdot 24 \cdot \sigma_X^2 \right] + (1-a)^2 \cdot \left[\frac{1}{12^2} \cdot 12 \cdot \sigma_X^2 \right] = \frac{a^2}{24} \cdot \sigma_X^2 + \frac{(1-a)^2}{12} \cdot \sigma_X^2 = \sigma_X^2 \cdot \frac{a^2 + 2 \cdot (1-a)^2}{24}$
 $= \sigma_X^2 \cdot \frac{a^2 + 2 \cdot (1 - 2a + a^2)}{24} = \sigma_X^2 \cdot \frac{3 \cdot a^2 - 4 \cdot a + 2}{24}$

$$\frac{d\text{Var}[\hat{\theta}_{\mu_X}(a)]}{da} = \frac{\sigma_X^2}{24} \cdot 6 \cdot a - \frac{\sigma_X^2}{24} \cdot 4 + 0 = 0 \rightarrow \frac{\sigma_X^2}{24} \cdot (6 \cdot a - 4) = 0 \rightarrow 6 \cdot a = 4 \rightarrow a = \frac{2}{3}$$

3) $\hat{\theta}_{\mu_X} = a \cdot \left[\frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^{24} X_i \right] + (1-a) \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot \sum_{i=25}^{36} X_i \right] = \frac{2}{3} \cdot \left[\frac{1}{24} \cdot \sum_{i=1}^{24} X_i \right] + \frac{1}{3} \cdot \left[\frac{1}{12} \cdot \sum_{i=25}^{36} X_i \right]$
 $= \frac{1}{36} \cdot \sum_{i=1}^{24} X_i + \frac{1}{36} \cdot \sum_{i=25}^{36} X_i = \frac{1}{36} \cdot \sum_{i=1}^{36} X_i = \bar{X}$

4) $\hat{\theta}_G = 12 \cdot 5 \cdot \frac{1}{36} \cdot \sum_{i=1}^{36} X_i - 12 \cdot 2 \cdot \frac{1}{36} \cdot \sum_{i=1}^{36} Y_i = \frac{5}{3} \cdot \sum_{i=1}^{36} X_i - \frac{2}{3} \cdot \sum_{i=1}^{36} Y_i$

5) $\text{Var}(\hat{\theta}_G) = \text{Var} \left(\frac{5}{3} \cdot \sum_{i=1}^{36} X_i - \frac{2}{3} \cdot \sum_{i=1}^{36} Y_i \right) = \frac{25}{9} \cdot \sum_{i=1}^{36} \text{Var}(X_i) + \frac{4}{9} \cdot \sum_{i=1}^{36} \text{Var}(Y_i) = \frac{25}{9} \cdot 36 \cdot \sigma_X^2 + \frac{4}{9} \cdot 36 \cdot \sigma_Y^2$
 $= 100 \cdot \sigma_X^2 + 16 \cdot \sigma_Y^2 = 100 \cdot 120,45 + 16 \cdot 45,25 = 12045 + 724 = 12769 = 113^2$

6) $\hat{\theta}_G$ ist approximativ $N(\mu_G; \sigma_G^2) \sim N(\mu_G; 113^2)$

$$P(\hat{\theta}_G - c \cdot \sigma_G \leq \mu_G \leq \hat{\theta}_G + c \cdot \sigma_G) = 1 - \alpha = 0,9545 \quad ; \quad 1 - \alpha = 0,9545 \Leftrightarrow c = 2$$

$$\hat{\theta}_G = \frac{5}{3} \cdot 36 \cdot 998 - \frac{2}{3} \cdot 36 \cdot 329 = 59880 - 7896 = 51984$$

7) $[\hat{\theta}_G - c \cdot \sigma_G; \hat{\theta}_G + c \cdot \sigma_G] = [51984 - 2 \cdot 113; 51984 + 2 \cdot 113] = [51758; 52210]$

B

X : „ Bewertung der Hotels im Internet “ ; Y : „ Bewertung der Hotels im Reisebüro “

1) McNemar – Test für abhängige Stichproben

2) H_0 : Bewertungen sind identisch $[\pi_X = \pi_Y]$
 H_1 : Bewertungen sind nicht identisch $[\pi_X \neq \pi_Y]$

3) $V = \frac{(b-c)^2}{b+c}$ ist unter H_0 approximativ $\tilde{b} = \tilde{c} = \frac{b+c}{2} \geq 5$

χ^2 - verteilt mit $f=1$; $c_{[\alpha=0,05; f=1]} = 3,84$

| | Y | | |
|---|---------|---------|--------|
| | positiv | negativ | |
| X | positiv | 5 | 15 |
| | negativ | 6 | 15 |
| | 19 | 11 | n = 30 |

4) Annahmeber. : $\{v/v \leq 3,84\}$; $B : \{v/v > 3,84\}$

$$v = \frac{(5 - 9)^2}{5 + 9} = \frac{16}{14} = 1,143$$

5) Da $v = 1,143 \notin B \Rightarrow$ „ H_0 “

6) Basierend auf einer (zweidim.) verbundenen Stichprobe vom Umfang $n = 30$ und einem Signifikanzniveau von 5 % konnte statistisch nicht nachgewiesen werden, dass sich die Hotelbewertungen im Internet von denen im Reisebüro unterscheiden !
Statistix Auffassung wird somit zumindest nicht widerlegt !

1

1

1

2

3

2

25

0,45
25

$Var(X_i)$

$a)^2$

Aufgabe 3

X: „Anzahl der besuchten Fußballspiele des jeweiligen Vereins in der letzten Saison (= 34 Spiele)“

| von ... bis unter | $h_j(\text{FCB})$ | f_j | $F(x)$ | b_j | $\tilde{f}(x) = \frac{f_j}{b_j}$ | $h_j(\text{BH})$ |
|-------------------|-----------------------|----------------|-----------------|-------|----------------------------------|----------------------|
| 0 - 3 | 1 | $\frac{1}{30}$ | $\frac{1}{30}$ | 3 | $\frac{1}{90}$ | 1 |
| 3 - 10 | 8 | $\frac{8}{30}$ | $\frac{9}{30}$ | 7 | $\frac{4}{105}$ | 4 |
| 10 - 20 | 8 | $\frac{8}{30}$ | $\frac{17}{30}$ | 10 | $\frac{2}{75}$ | 6 |
| 20 - 25 | 5 | $\frac{5}{30}$ | $\frac{22}{30}$ | 5 | $\frac{1}{30}$ | 3 |
| 25 - 34 | 8 | $\frac{8}{30}$ | 1 | 9 | $\frac{4}{135}$ | 6 |
| | $n_{\text{FCB}} = 30$ | | | | | $n_{\text{BH}} = 20$ |

1) $z = f_1 ; y = b_1$

$\left[\frac{f_1}{b_1} = \right] \frac{z}{y} = \frac{1}{90} \Rightarrow z = \frac{y}{90} ; \left[\frac{f_2}{b_2} = \right] \frac{3-z}{10-y} = \frac{4}{105}$

$\Rightarrow \frac{3-y}{10-y} = \frac{4}{105} \Rightarrow \frac{27-y}{90} = \frac{40-4 \cdot y}{105} \Rightarrow (27-y) \cdot 105 = (40-4 \cdot y) \cdot 90$

$\Rightarrow 2835 - 105 \cdot y = 3600 - 360 \cdot y \Rightarrow 255 \cdot y = 765 \Rightarrow y = 3 \text{ und } z = \frac{1}{30}$

2) s. Tabelle

3) χ^2 - Homogenitätstest

4) H_0 : Beide Stichproben stammen aus derselben Ggh

H_1 : Beide Stichproben stammen **nicht** aus derselben Ggh

$[\pi_{i\text{FCB}} = \pi_{i\text{BH}} = \pi_i]$

$[\pi_{i\text{FCB}} \neq \pi_{i\text{BH}}]$

| | FCB | BH | |
|---------|-----------------------|----------------------|----------|
| 0 - 3 | 1,2 | 0,8 | 2 |
| 3 - 10 | 7,2 | 4,8 | 12 |
| 10 - 20 | 8,4 | 5,6 | 14 |
| 20 - 25 | 4,8 | 3,2 | 8 |
| 25 - 34 | 8,4 | 5,6 | 14 |
| | $n_{\text{FCB}} = 30$ | $n_{\text{BH}} = 20$ | $n = 50$ |

$\tilde{h}_{ij} \geq 1 \forall$ Zellen und $\tilde{h}_{ij} \geq 5$ für mind. 80% der Zellen **nicht erfüllt!**
Daher muss die 1. & 2. Kategorie sowie die 4. & 5. Kategorie oder 4. & 3. Kategorie **zusammengelegt** werden!

4. & 5.

| | FCB | BH | |
|---------|-----------------------|----------------------|----------|
| 0 - 10 | 8,4 | 5,6 | 14 |
| 10 - 20 | 8,4 | 5,6 | 14 |
| 20 - 34 | 13,2 | 8,8 | 22 |
| | $n_{\text{FCB}} = 30$ | $n_{\text{BH}} = 20$ | $n = 50$ |

4. & 3.

| | FCB | BH | |
|---------|-----------------------|----------------------|----------|
| 0 - 10 | 8,4 | 5,6 | 14 |
| 10 - 25 | 13,2 | 8,8 | 22 |
| 25 - 34 | 8,4 | 5,6 | 14 |
| | $n_{\text{FCB}} = 30$ | $n_{\text{BH}} = 20$ | $n = 50$ |

4

2

4

2

25

6

5

7

7

$\bar{h}_{ij} \geq 1 \forall \text{ Zellen}$; $\bar{h}_{ij} \geq 5$ für mind. 80 % der Zellen

5) $v = \sum_{i=1}^I \sum_{j=1}^J \frac{(h_{ij} - \bar{h}_{ij})^2}{\bar{h}_{ij}}$ ist unter H_0 approximativ χ^2 -verteilt mit $f = (I-1)(J-1) = (3-1)(2-1) = 2$

6) Annahmeber. : $\{v/v \leq 5,99\}$; $B : \{v/v > 5,99\}$; $c_{(\alpha=0,05; f=2)} = 5,99$

4. & 3.

$$v = \frac{(9-8,4)^2}{8,4} + \frac{(5-5,6)^2}{5,6} + \frac{(13-13,2)^2}{13,2} + \frac{(9-8,8)^2}{8,8} + \frac{(8-8,4)^2}{8,4} + \frac{(6-5,6)^2}{5,6} = 0,1623376$$

7) Da $v = 0,1623376 \notin B \Rightarrow \text{„}H_0\text{“}$

8) Basierend auf zwei jeweils einfachen und untereinander unabhängigen Stichproben vom Umfang $n_{FCB} = 30$ bzw. $n_{BH} = 20$ und einem Signifikanzniveau von 5 % konnte statistisch **nicht** nachgewiesen werden, dass ein signifikanter Unterschied zwischen den weiblichen Fans von FCB und den weiblichen Fans von BH hinsichtlich des Interesses für Fußball besteht.

4

2

4

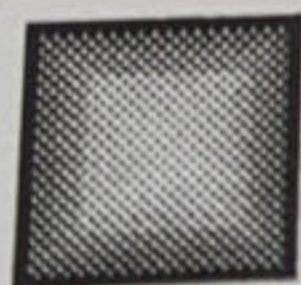
2

25

Matr. Nr. :

Aufgabe MC

| A | B | C | D | E |
|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|---------------------------------------|
| <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 | <input checked="" type="checkbox"/> 1 | <input type="checkbox"/> 1 |
| <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 | <input type="checkbox"/> 2 | <input checked="" type="checkbox"/> 2 |
| <input type="checkbox"/> 3 | <input checked="" type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 | <input type="checkbox"/> 3 |
| <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 | <input checked="" type="checkbox"/> 4 |



≡ richtig

| | |
|------------|--------|
| Aufgabe MC | Punkte |
| | |