

Ergebnisse zur Oktober-Klausur Stochastik für Informatiker

Dies sind *nur* die Endergebnisse, ohne Lösungswege. In der Klausur sind immer vollständige Lösungswege und Begründungen anzugeben! Für Richtigkeit und Vollständigkeit keine Gewähr!

Aufgabe 1

10 Punkte

- (a) (Skizze). Nicht irreduzibel, nicht aperiodisch
(b) Die Menge aller invarianten Verteilungen der Markov Kette ist gegeben durch

$$\Pi = \{(1 - p, 0, p) : p \in [0, 1]\}.$$

- (c) $\nu^{(1)} = (1/4, 1/2, 1/4), \nu^{(2)} = (3/8, 1/4, 3/8)$.
(d) $\nu_1^{(100)} = (1/2, 0, 1/2)$.
(e) Es existiert keine Grenzverteilung der Kette, die von der Startverteilung unabhängig ist. Verschiedene Gegenbeispiele möglich.

Aufgabe 2

10 Punkte

- (a) $\mathbb{E}[X] = 1/2, \text{Var}[X] = 1/4, \mathbb{E}[Y] = 1, \text{Var}[Y] = 2/3$.

Ausserdem gilt

$$\mathbf{P}(Y = 0|X = 0)1/3, \mathbf{P}(Y = 1|X = 0) = 0, \mathbf{P}(Y = 2|X = 0) = 2/3.$$

- (b) $\text{Cov}(X, Y) = -\frac{1}{6}$.

X und Y nicht unabhängig.

(c)

$W \setminus Z$	0	1	Σ
0	1/6	1/3	1/2
1	0	1/4	1/4
2	1/4	0	1/4
Σ	5/12	7/12	

Aufgabe 3**10 Punkte**

- (a) (i) Punkt 2 und Punkt 3 sind blockiert, $\mathbb{P}(A_2 \cap A_3) = 0.05$ (ii) Punkt 2 oder Punkt 3 sind blockiert, $\mathbb{P}(A_2 \cup A_3) = 0.55$ (iii) Punkt 1 ist nicht blockiert, und Punkt 2 oder Punkt 3 sind blockiert. $\mathbb{P}(A_1^c \cap (A_2 \cup A_3)) = \frac{11}{25}$
- (b) $\mathbb{P}(\text{Gas fließt} | 1 \text{ blockiert}) = 0.5$, $\mathbb{P}(\text{Gas fließt} | 2 \text{ blockiert}) = \frac{18}{25}$, $\mathbb{P}(\text{Gas fließt} | 3 \text{ blockiert}) = 0.5$.
- (c) $\mathbb{P}(\text{Gas fließt}) = 43/50$.
- (d) $\mathbb{P}(A_1 | \text{kein Gas}) = 5/7$

Aufgabe 4**10 Punkte**

a) $c_1 = c_2 = 1$.

b)

$$F(x) = \begin{cases} 0 & x < -1 \\ x + \frac{x^2}{2} + \frac{1}{2} & x \in [-1, 0] \\ \frac{1}{2} + x - \frac{x^2}{2} & x \in (0, 1] \\ 1 & x > 1 \end{cases}$$

c) $\mathbf{P}(|X| \leq 1/2) = \frac{3}{4}$.

Aufgabe 5**10 Punkte**

- (a) $\hat{\theta} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i}{3n}$ ist der Maximum-Likelihood-Schätzer
- (b) Er ist erwartungstreu.

Gesamtpunktzahl: 50 Punkte