

TheGI 2: Berechenbarkeit und Komplexität

Prof. Dr.-Ing. Uwe Nestmann - 1. Juni 2010

Schriftliche Leistungskontrolle (ZK)

Hinweise:

- Ihr dürft nur die Abschnitte 1 bis 7 der Formelsammlung verwenden.
- Für diese schriftliche Leistungskontrolle gelten alle Hinweise, die in der Ankündigung der Kontrolle aufgelistet waren. Diese Hinweise sind bei Bedarf während der Leistungskontrolle verfügbar (Handzeichen genügt).

Studentenidentifikation:

NACHNAME	
VORNAME	
MATRIKELNUMMER	
STUDIENGANG	<input type="checkbox"/> Informatik Bachelor, <input type="checkbox"/> _____
TUTOR	<input type="checkbox"/> Arne, <input type="checkbox"/> Christina, <input type="checkbox"/> Christoph, <input type="checkbox"/> Katja, <input type="checkbox"/> Paul, <input type="checkbox"/> Philipp, <input type="checkbox"/> Sven, <input type="checkbox"/> Tim, <input type="checkbox"/> Uwe

Aufgabenübersicht:

AUFGABE	SEITE	PUNKTE	THEMENBEREICH
1	2	31	NFA und DFA
2	4	32	PDA und DPDA
3	6	15	Abschlusseigenschaften
4	7	22	NTM und DTM

Korrektur:

AUFGABE	1	2	3	4	Σ
PUNKTE	31	32	15	22	100
ERREICHT					
KORREKTOR					
EINSICHT					

Aufgabe 1: NFA und DFA

(31 Punkte)

Sei $\mathcal{A} \triangleq \{ 0, 1 \}$. Sei $M \triangleq (\{ q_0, q_1, q_2, q_3 \}, \mathcal{A}, \Delta, \{ q_0 \}, \{ q_2, q_3 \})$ mit Δ :

Δ	0	1
S	$q_0 \rightarrow \{ q_0, q_2 \}$	$\{ q_1 \}$
	$q_1 \rightarrow \{ q_1 \}$	$\{ q_0, q_3 \}$
F	$q_2 \rightarrow \emptyset$	\emptyset
F	$q_3 \rightarrow \emptyset$	\emptyset

Hinweis: Es gilt:

- $\{ \lambda, 1, 01, 10, 001, 010, 100, 111 \} \cap L(M) = \emptyset$
- $\{ 0, 00, 11, 000, 011, 101, 110 \} \subseteq L(M)$

a. (5 Punkte) (*)

Gib an: die graphische Darstellung des NFA M .

b. (6 Punkte) (**)

Gib an: die Sprache $B \triangleq L(M)$ in Mengenschreibweise.

c. (8 Punkte) (*)

Gib an: einen DFA $M_D = (\{ p_0, p_1, p_2, p_3 \}, \mathcal{A}, \delta, p_0, F)$ mit $L(M_D) = L(M)$.

Hinweis: Verwende die Untermengenkonstruktion und gib dann δ, F und die notwendige Umbenennung der Zustände an.

Definition von M_D :

Umbenennung:

$p_0 \triangleq$	<input type="text"/>
$p_1 \triangleq$	<input type="text"/>
$p_2 \triangleq$	<input type="text"/>
$p_3 \triangleq$	<input type="text"/>

Matrikelnummer: _____ Name: _____

d. (8 Punkte) (**)

Gib für jedes $q \in \{ p_0, p_1, p_2, p_3 \}$ die Menge $C_q \triangleq \{ w \mid q = \hat{\delta}(p_0, w) \}$ explizit an.
Hinweis: C_q enthält also alle Worte w , die M_D vom Startzustand nach q führt.

e. (4 Punkte) (*)

Beweise: $L(M) = B$ unter Verwendung der Mengen C_q aus Teilaufgabe d.

Hinweis: Ihr dürft die Mengen aus Teilaufgabe d auch dann verwenden, wenn ihr sie dort nicht explizit angegeben habt.

Aufgabe 2: PDA und DPDA

(32 Punkte)

Sei

$$\mathcal{A} \triangleq \{ a, b \},$$

$$B \triangleq \{ a^n b w a b^{3n+2} \mid n \in \mathbb{N} \wedge w \in \mathcal{A}^* \} \text{ und}$$

$$G \triangleq (\{ S, T \}, \mathcal{A}, S, P)$$

mit P :

$$S \rightarrow aSbbb \mid bTabb$$

$$T \rightarrow aT \mid bT \mid \lambda$$

Hinweis: $L(G) = B$.

a. (1.5 Punkte) (*)

Gib an: die drei kürzesten Worte aus B .

b. (1.5 Punkte) (*)

Gib an: die drei kürzesten Worte aus $\mathcal{A}^* \setminus B$.

c. (2 Punkte) (**)

Die Sprache B ist deterministisch kontextfrei.

Achtung: Wenn ihr falsch antwortet bekommt ihr minus zwei Punkte.

Wenn ihr nicht antwortet bekommt ihr null Punkte.

Wenn ihr korrekt antwortet bekommt ihr zwei Punkte.

Wahr

Falsch

d. (15 Punkte) (*)

Gib an: einen PDA $M = (\{ p_0, p_1, p_2, p_3 \}, \mathcal{A}, \Gamma, \square, \Delta, p_0, F)$ mit

$L_{\text{End}}(M) = L_{\text{Kel}}(M) = B$.

Achtung: Definiere Γ , F und Δ .

e. (12 Punkte) (***)

Gib für jedes $q \in \{ p_0, p_1, p_2, p_3 \}$ die Menge $C_q \triangleq \{ (w, s) \mid (p_0, w, \square) \vdash^* (q, \lambda, s) \}$ explizit an.

Hinweis: C_q enthält also alle Tupel (w, s) aus Worten w und Stacks s , so dass M nach lesen von w den Reststack s hat und im Zustand q ist.

Aufgabe 3: Abschlusseigenschaften**(15 Punkte)**

a. (15 Punkte) (**)

Sei $\mathcal{A} \triangleq \{ a, b, c \}$.Beweise: $B \triangleq \{ a^n b^{2n} c^{3n+2} \in \mathcal{A}^* \mid n \in \mathbb{N} \} \notin \mathcal{L}_2$

Achtung: Verwendet hierzu folgende Dinge:

$$g_1 \triangleq \{ (a, a), (b, bb), (c, ccc), (d, cc) \} : \{ a, b, c, d \} \rightarrow \{ a, b, c \}^*$$

 $h_1 \triangleq$ der eindeutige Worthomomorphismus erzeugt über g_1

$$g_2 \triangleq \{ (a, a), (b, b), (c, c), (d, \lambda) \} : \{ a, b, c, d \} \rightarrow \{ a, b, c \}^*$$

 $h_2 \triangleq$ der eindeutige Worthomomorphismus erzeugt über g_2

$$e \triangleq a^* b^* c^* d$$

$$F \triangleq \{ a^n b^n c^n \mid n \in \mathbb{N} \} \notin \mathcal{L}_2$$

Hinweis: Berechne $h_1^{-1}(B)$ für FS Theorem 6.3.1 (Seite 12).Achtung: Es gilt: $h_1^{-1}(\{ ccccc \}) \neq \{ cd \}$.

Aufgabe 4: NTM und DTM

(22 Punkte)

Sei $\mathcal{A} \triangleq \{ 0, 1, \# \}$ und $B \triangleq \{ w\#1^{|w|_1} \mid w \in \{ 0, 1 \}^* \}$.

a. (2 Punkte) (*)

Gib an: die vier kürzesten Worte aus B .

b. (3.5 Punkte) (**)

Gib an: die sieben kürzesten Worte aus $(\{ 0, 1 \}^* \{ \# \} \{ 1 \}^*) \setminus B$

c. (12 Punkte) (*)

Gib an: eine DTM $M = (Q, \mathcal{A}, \Gamma, \square, \mathbf{1}, \delta, q_0, F)$ mit

- $L(M) = B$,
- genau einem Band,
- maximal 8 Zuständen und
- der Eigenschaft E .

$$E \triangleq \forall w \in B . \exists q \in Q . \exists m, n \in \mathbb{N} . (q_0, \triangleright \text{tape}(w)) \vdash^* (q, \square^n \triangleright \square \square^m) \not\vdash$$

Die Eigenschaft E beschreibt, dass M bei jeder akzeptierenden Eingabe das gesamte Band vor dem Terminieren löscht.

Achtung: Definiere Γ , δ und F .

d. (3 Punkte) (**)

Wie muss die DTM M modifiziert werden, damit zusätzlich die Eigenschaft F erfüllt ist?

$$F \triangleq \forall w \in \mathcal{A}^* . \exists q \in Q . \exists m, n \in \mathbb{N} . (q_0, \triangleright \text{tape}(w)) \vdash^* (q, \square^n \triangleright \square \square^m) \not\vdash$$

Die Eigenschaft F beschreibt, dass M bei *jeder* Eingabe das gesamte Band vor dem Terminieren löscht (egal ob die Eingabe akzeptiert oder verworfen wird).

Achtung: Antworte kurz und präzise!

e. (1.5 Punkte) (*)

Zu jeder Kontextsensitiven Sprache C gibt es eine NTM N mit $L(N) = C$.

Achtung: Wenn ihr falsch antwortet bekommt ihr minus 1.5 Punkte.

Wenn ihr nicht antwortet bekommt ihr null Punkte.

Wenn ihr korrekt antwortet bekommt ihr 1.5 Punkte.

- Wahr
- Falsch

Matrikelnummer: _____ Name: _____

Auf dieser Seite löse ich einen Teil der Aufgabe __ :
Teilaufgabe __ :