7

B.Mahr, P.Zeitz		TheGI 3 WS 96/97
	Klausur TheGI 3 11.02.97	
Name,Vorname: ______________________		Matr.-Nr.: ______________
StuPo 90 ☐ POA-Ü ☐ POA-P ☐	Nebenfach ☐	Sonstiges ☐

Die Klausur besteht aus 8 Aufgaben, die jeweils mit 3 Punkten bewertet werden. Mindestens die Hälfte der Punkte ist nötig, um die Klausur zu bestehen. Die Bearbeitungszeit beträgt 100 Minuten.

Aufgabe 1

Untersucht mit Hilfe der Wahrheitstafelmethode die folgenden aussagenlogischen Formeln auf Erfüllbarkeit und Allgemeingültigkeit:

(a) $(\top \to p) \wedge (p \to \bot)$

(b) $\neg(p \to (p \wedge q)) \to p$

(c) $\neg(\neg p \to \neg q) \wedge (\neg p \vee (q \to r))$

Aufgabe 2

Gegeben sei die aussagenlogische Formel $(\neg p \to q) \to (p \wedge \neg q)$.

(a) Schreibt die Wahrheitstafel der Formel auf.

(b) Gebt eine disjunktive Normalform der Formel an.

(c) Gebt eine konjunktive Normalform der Formel an.

Aufgabe 3

Untersucht die folgenden Formeln mit Hilfe des Resolutionsverfahrens auf Erfüllbarkeit:

(a) $(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee \neg q \vee r) \wedge (q \vee r) \wedge (\neg p \vee \neg r) \wedge (q \vee \neg r)$

(b) $(p \vee \neg q) \wedge (\neg p \vee q) \wedge q$

Aufgabe 4

Seien a, b und c aussagenlogische Formeln. Beweist oder gebt ein Gegenbeispiel an:

(a) Wenn $a \Vdash b \to c$, dann $a \Vdash c$.

(b) Wenn $b \to c \Vdash a$, dann $c \Vdash a$.

b.w.

Aufgabe 5

Sei $L = ((S, OP), R)$ die folgende logische Signatur

$$
\begin{array}{rrl}
Sorts(S): & int,\ stack & \\
Opns(OP): & one: & \to int \\
 & empty: & \to stack \\
 & pred: & int \to int \\
 & push: & int\ stack \to stack \\
Rel(R): & even: & \langle int \rangle \\
 & is\_element: & \langle int\ stack \rangle
\end{array}
$$

und sei $X = (X_{int}, X_{stack})$ mit $X_{int} = \{x, y, z, w\}$ und $X_{stack} = \{t, u, v\}$.

(a) Gebt zwei Terme der Sorte *int*, zwei Terme der Sorte *stack* und zwei Formeln an.

(b) Gebt eine L-Struktur an und wertet den Term $push(pred(one), empty)$ in der Struktur aus.

Hinweis zu den Aufgaben 6 und 7: Achtet bitte auf die Klammerung in den Formeln. Der Bindungsbereich eines Quantors endet dort, wo diejenige Klammer, die direkt nach dem Punkt geöffnet wird, wieder geschlossen wird.

Aufgabe 6

Gegeben seien die Signatur L aus Aufgabe 5 und die Substitution $[s]$ mit $s(x) = pred(w)$, $s(y) = y$, $s(z) = one$, $s(w) = x$, $s(t) = empty$, $s(u) = push(one, v)$ und $s(v) = v$.

(a) Sei a die Formel:

$$\forall y \exists t.(even(y) \vee is\_element(x, t))$$

Ist $[s]$ zulässig für a? Falls ja, berechnet $a[s]$; falls nein, gebt eine für a zulässige Umbenennung $[r]$ an, so daß $[s]$ für $a[r]$ zulässig ist und berechnet $a[r][s]$.

(b) Wie Teil (a) mit der Formel

$$b := \forall z \exists u.(is\_element(x, u)) \wedge \exists w.(is\_element(x, push(w, u)))$$

Aufgabe 7

Sei L die Signatur aus Aufgabe 5. Untersucht die folgenden Formeln auf Allgemeingültigkeit (Beweis oder Gegenbeispiel).

(a) $\forall x.(even(x) \to \neg even(pred(x)))$

(b) $\Big(\exists x.(is\_element(x, empty)) \vee \exists x.(even(x))\Big) \to \exists x.(is\_element(x, empty) \vee even(x))$

Aufgabe 8

Seien L eine logische Signatur, $A, B \subseteq Form_L(X)$ und $a \in Form_L(X)$.

(a) Beweist: $A \cap B \Vdash a \;\Rightarrow\; A \Vdash a$ und $B \Vdash a$.

(b) Zeigt, daß die Umkehrung nicht gilt, d.h. gebt Mengen $A, B \subseteq Form_L(X)$ und eine Formel $a \in Form_L(X)$ an mit $A \Vdash a$, $B \Vdash a$ und $A \cap B \nVdash a$.

Gesamtpunktzahl: **Note:**