THEGI 3 WS 2013/14

Gedächtnisprotokoll

13. Februar 2014

Bearbeitungszeit: 90 Minuten, Punkte: 90. Mit 43 Punkten war die Klausur bestanden. Sie zählt 40% zur Endnote

Aufgabe 1 — 10 Punkte

Je Frage gab es 1 Punkt oder 0.5 für keine Antwort.

1. $(X \wedge Y) \Rightarrow (X \vee Y)$ ist allgemeingültig
2. $(X \vee Y) \Rightarrow (X \wedge Y)$ ist erfüllbar
3. Die Negation einer unerfüllbaren Formel ist allgemeingültig
4. Es gibt eine erfüllbare Formel deren Negation erfüllbar ist
5. $\Phi \models \varphi$, dann gilt $var(\varphi) \subset var(\Phi)$
6. $\Phi \models \varphi$, dann ist ϕ erfüllbar
7. Φ erfüllbar $\Leftrightarrow$ eine endliche Teilmenge von Φ ist erfüllbar
8. Für jede TM M existiert eine Formel, die erfüllbar ist $\Leftrightarrow$ M akzeptiert das leere Wort
9. Jede entscheidbare Sprache ist in NP
10. SAT ist NP-vollständig

Aufgabe 2 — 15 Punkte

Geben Sie eine Reduktion von ϵ-Halteproblem auf das Universalproblem an.
ϵ-HP: Hält eine gegebene TM auf dem leeren Wort.
UNI: Akzeptiert eine gegebene TM alle Eingaben.

Aufgabe 3 — 15 Punkte

Beweise oder widerlege:

(a) $\forall \psi, \phi \in AL : \phi \models \psi \wedge \psi \models \phi \Rightarrow \phi \equiv \psi$

(b) $\forall \psi, \phi \in AL : \phi \models \psi \vee \psi \models \phi$

(c) $\forall \psi, \phi, \chi \in AL : \phi \models \psi \wedge \psi \models \chi \Rightarrow \phi \models \chi$

Aufgabe 4

9 Punkte

Beweise oder widerlege:

(a) $X \Rightarrow \bot \equiv \neg X$

(b) $X \wedge (Y \Rightarrow Z) = (X \wedge Y) \Rightarrow (X \wedge Z)$

(c) $X \wedge (X \wedge Y) = Y$

Aufgabe 5

16 Punkte

Sei Φ eine endliche Menge von aussagenlogischen Formeln und ψ eine aussagenlogische Formel.

(a) i. Definiere $\Phi \models \psi$

ii. Erklären sie wie $\Phi \models \psi$ mit Resolution zu beweisen ist.

(b) Seien C_1 und C_2 aussagenlogische Klauseln.
Definiere: C_1 und C_2 können Resolviert werden. Was ist die Menge der Resolveten?

(c) Sei C eine C eine Resolvente von C_1 und C_2. Beweisen Sie, dass $C_1, C_2 \models C$

(d) Resolviere

$$(A \vee C) \wedge (\neg C \vee B) \wedge (\neg A \vee \neg B) \wedge (\neg A \vee D) \wedge (D \vee \neg B) \wedge (B \vee \neg D) \wedge (A \vee \neg D)$$

Aufgabe 6

15 Punkte

Sei $n \in \mathbb{N} \backslash \{0\}$

(a) Geben sie eine AL-Formel ϕ an, so dass es genau eine Belegung $\beta\{X_1 \dots X_n\} \Rightarrow \{0,1\}$ gibt mit $\beta \models \phi$

(b) Geben sie eine AL-Formel ϕ mit $var(\phi) \in \{X_1 \dots X_n\}$ an, so dass es genau 2^{n-1} Belegung $\beta\{X_1 \dots X_n\} \Rightarrow \{0,1\}$ gibt mit $\beta \models \phi$

Aufgabe 7

10 Punkte

Betrachte einen unendlichen Graph $G = (V, E)$. Ein Graph G ist 2-KNOTENfärbbar, wenn es eine Funktion $c : V \Rightarrow \{0,1\}$ gibt, so dass $\forall \{u, v\} \in E : c(u) \neq c(v)$
Zeige: G ist 2-färbar $\Leftrightarrow$ alle endlichen Teilgraphen von G sind 2-färbar

Question:	1	2	3	4	5	6	7	Total
Points:	10	15	15	9	16	15	10	90
Score:								

Notenverteilung:

Punkte	Note
<43	Nicht bestanden
ab 43	4,0
ab 47,5	3,7
ab 52	3,3
ab 56,5	3,0
ab 61	2,7
ab 65,5	2,3
ab 70	2,0
ab 74,5	1,7
ab 79	1,3
ab 83,5	1,0