Modul „TheGI 4: Spezifikation und Semantik“

Veranstalter: Hartmut Ehrig, Claudia Ermel, Frank Hermann

Sommersemester 2010

Probeklausur (Musterlösung) am 06. Juli 2010

- Bei der Klausur sind 100 Punkte und 5 Zusatzpunkte erreichbar. Wer 50 Punkte erreicht, hat die Klausur bestanden.
- Einziges erlaubtes Hilfsmittel ist ein handbeschriebenes DIN-A4-Blatt.
- Haltet bitte einen Ausweis mit Lichtbild (Personalausweis, Pass, Führerschein, Studentenausweis) bereit.
- Schreibt nicht mit Bleistift oder Rotstift. Das wird nicht bewertet.
- Die Signaturen, Algebren und Petrinetze, auf die sich die Aufgaben beziehen, befinden sich alle auf dem letzten Blatt der Klausur, das abgetrennt werden kann.
- Zusätzliches Papier steht auf Anfrage zur Verfügung.

Name:
Vorname:
Matrikelnummer:
Studiengang:

Punkteverteilung:

Aufgabe	1	2	3	4	5	6	7	8	9	Σ
Punkte	16	12	8	5Z	14	8	20	11	11	100+5Z
Erreicht										
Korrektor										

Algebraische Spezifikation

Aufgabe 1 — 16 Punkte

Diese Aufgabe bezieht sich auf die Spezifikation $SP_1 = (\Sigma_1, E_1)$ und die Algebren A und B auf Seite 17 und eine neue Spezifikation $SP_3 = (\Sigma_3, \emptyset)$.
Entscheidet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und kreuzt entsprechend an! Für jede richtige Antwort gibt es zwei Punkte, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen, wobei es jedoch minimal 0 Punkte für die ganze Aufgabe gibt.

	Aussage	**wahr**	**falsch**
1.	"$\texttt{makeF}(\texttt{s}(v_1), \texttt{z}, \texttt{z})$" ist ein Grundterm.		
2.	"$\texttt{makeF}(v_1, v_2, v_3) = \texttt{makeF}(v_2, v_3, v_1)$" ist eine Gleichung mit Variablen.		
3.	Es gibt einen Homomorphismus $h_1 \colon A \to B$.		
4.	Es gibt einen surjektiven Homomorphismus $h_2 \colon T_{SP_1} \to A$.		
5.	Es gibt einen injektiven Homomorphismus $h_3 \colon A \to B$.		
6.	Die Algebra B ist operationserzeugt.		
7.	Die Gleichung "$(e3) : \texttt{makeF}(v_1, v_2, v_3) = \texttt{makeF}(v_1, \texttt{s}(\texttt{z}), \texttt{z})$" gilt in B.		
8.	Sei $SP_3 = (\Sigma_3, \emptyset)$ dann ist T_{Σ_3} initial korrekt bzgl. SP_3.		

Lösung:

	Begründung	**wahr**	**falsch**
1.	Nein. Es kommt die Variable v_1 vor.		X
2.	Syntaktisch korrekt.	X	
3.	Ja, mit $h_{1,wert}(0) = 0$, $h_{1,wert}(50) = h_{1,wert}(100) = 1$, $h_{1,farbe}((x, y, z)) = 0$ für $x = 0$ und sonst $h_{1,farbe}((x, y, z)) = 1$.	X	
4.	Ja, denn A ist operationserzeugt.	X	
5.	Nicht möglich, da $\lvert A_{\texttt{wert}} \rvert > \lvert B_{\texttt{wert}} \rvert$.		X
6.	Ja, denn alle Elemente werden erreicht.	X	
7.	Ja, da nur v_1 in B relevant ist.	X	
8.	Ja, weil alle Äquivalenzklassen nur einen Term enthalten.	X	

Für die folgenden Aufgaben sind die Spezifikation $SP_2 = (\Sigma_2, E_2)$ und die SP_2-Modellalgebra M auf Seite 17 gegeben.

Wir wollen zeigen, dass SP_2 initial korrekt bezüglich der Algebra M ist und benutzen dazu das Beweisverfahren "schrittweise Korrektheit".

Wahl der Spezifikation $SP' \subseteq SP_2$:

Wir wählen die Spezifikation $SP' = (\Sigma', E') \subseteq SP_2$ so, dass sie nur frei erzeugende Operationen enthält, also:

$SP' =$

sorts:	$\texttt{entry}, \texttt{buffer}$
opns:	$\texttt{z}\colon \ \to \texttt{entry}$
	$\texttt{s}\colon \texttt{entry} \to \texttt{entry}$
	$\texttt{createB}\colon \texttt{entry}\ \ \texttt{entry} \to \texttt{buffer}$
vars:	keine
eqns:	keine

Da die Spezifikation SP' keine Gleichungen enthält ist die Repräsentantenalgebra R gleich der Termalgebra $T_{\Sigma'}$.

Aufgabe 2 — 12 Punkte

Beweis: SP' ist initial korrekt bezüglich $M|_{SP'}$:

Die Trägermengen der Grundtermalgebra $T_{\Sigma'}$ sind:
$T_{\Sigma',\texttt{entry}} = \{\texttt{s}^n(z) \mid n \in \mathbb{N}\}$
$T_{\Sigma',\texttt{buffer}} = \{\texttt{createB}(t_1, t_2) \mid t_1, t_2 \in T_{\Sigma',\texttt{entry}}\}$
Zeigt, dass die Termauswertung $\mathrm{eval}(M)\colon T_{\Sigma'} \to M$ bijektiv ist:

Injektivität:

Seien $t, t' \in T_{\Sigma',\texttt{entry}}$, $n \in M_{\texttt{entry}}$ mit $\mathrm{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t) = n = \mathrm{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t')$.

. . . .

. . . .

Seien $t, t' \in T_{\Sigma',\texttt{buffer}}$, $w \in M_{\texttt{buffer}}$ mit $\mathrm{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t) = w = \mathrm{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t')$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Lösung:

Injektivität:

Seien $t, t' \in T_{\Sigma',\texttt{entry}}$, $n \in M_{\texttt{entry}}$ mit $\text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t) = n = \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t')$.
$\Rightarrow t = \texttt{s}^{n_1}(\texttt{z}), t' = \texttt{s}^{n'_1}(\texttt{z}) \wedge$
$n = \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t) = \texttt{s}_M^{n_1}(0) = n_1 \wedge$
$n = \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t') = \texttt{s}_M^{n'_1}(0) = n'_1$
$\Rightarrow t = t'$. **3 Punkte**

Seien $t, t' \in T_{\Sigma',\texttt{buffer}}$, $w \in M_{\texttt{buffer}}$ mit $\text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t) = w = \text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t')$.
$\Rightarrow t = \texttt{createB}(t_1, t_2), t' = \texttt{createB}(t'_1, t'_2) \wedge$
$w = \text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t) = \texttt{createB}_M(\text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t_1), \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t_2)) = (n_1, n_2) \wedge$
$w = \text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t') = \texttt{createB}_M(\text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t'_1), \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t'_2)) = (n'_1, n'_2)$
$\Rightarrow (t_1, t_2) = (t'_1, t'_2)$, da Injektivität von $\text{eval}(M)_{\texttt{entry}}$ bereits nachgewiesen ist.
$\Rightarrow t = t'$. **4 Punkte**

Surjektivität:

Zu zeigen: $\forall n \in M_{\texttt{entry}} : \exists t \in T_{\Sigma',\texttt{entry}} : \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t) = n$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Zu zeigen: $\forall w \in M_{\texttt{buffer}} : \exists t \in T_{\Sigma',\texttt{buffer}} : \text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t) = w$.

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Lösung:

Surjektivität: Sei $n \in M_{\texttt{entry}}$. Wähle $t = \texttt{s}^n(\texttt{z})$. $\Rightarrow \text{eval}(M)_{\texttt{entry}}(t) = \texttt{s}_M^n(0) = n$. **2 Punkte**

Sei $w = (n_1, n_2) \in M_{\texttt{buffer}}$. Wähle $t = \texttt{createB}(\texttt{s}^{n_1}(\texttt{z}), \texttt{s}^{n_2}(\texttt{z}))$. $\Rightarrow \text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(t) = \texttt{createB}_M(\texttt{s}_M^{n_1}(0), \texttt{s}_M^{n_2}(0)) = (n_1, n_2) = w$. **3 Punkte**

Aufgabe 3 — 8 Punkte

Sortengleichheit:

Die Sorten von SP' und SP_2 sind gleich.

M **erfüllt** $E_2 \setminus E'$**:**

Gleichung $(e1)$**:**

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Gleichung $(e2)$**:**

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Gleichung $(e3)$**:**

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

. . . .

Lösung:

Gleichung $(e1)$**:**

- $\text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(lhs) = \texttt{emptyB}_M = (0, 0)$
- $\text{eval}(M)_{\texttt{buffer}}(rhs) = \texttt{createB}_M(\texttt{z}_M, \texttt{z}_M) = (0, 0)$

2 Punkte

Gleichung $(e2)$**:** Sei $ass : X \to M$ mit
$ass_{\texttt{entry}} : X_{\texttt{entry}} \to M_{\texttt{entry}}$
$a \mapsto e_1, b \mapsto e_2, c \mapsto e_3$

- $\text{xeval}(ass)_{\texttt{buffer}}(lhs) = \texttt{store}_M(ass_{\texttt{entry}}(a), \texttt{createB}_M(ass_{\texttt{entry}}(b), ass_{\texttt{entry}}(c))) = \texttt{store}_M(e_1, (e_2, e_3)) = (e_1, e_2)$
- $\text{xeval}(ass)_{\texttt{buffer}}(rhs) = \texttt{createB}_M(ass_{\texttt{entry}}(a), ass_{\texttt{entry}}(b)) = (e_1, e_2)$

3 Punkte

Gleichung $(e3)$**:** Sei $ass : X \to M$ wie zuvor

- $\text{xeval}(ass)_{\texttt{buffer}}(lhs) = \texttt{restore}_M(\texttt{createB}_M(ass_{\texttt{entry}}(a), ass_{\texttt{entry}}(b)))$
  $= \texttt{restore}_M((e_1, e_2)) = (e_2, 0)$
- $\text{xeval}(ass)_{\texttt{buffer}}(rhs) = \texttt{createB}_M(ass_{\texttt{entry}}(b), \texttt{z}_M) = (e_2, 0)$

3 Punkte

Aufgabe 4 — 5 Zusatzpunkte

$SP' \subseteq SP_2$ ist vollständige Erweiterung:

Es ist zu zeigen, dass für alle $t \in T_{\Sigma_2}$ ein $t' \in T_{\Sigma'}$ mit $t \equiv_{E_2} t'$ existiert. Dies zeigen wir mit struktureller Induktion.

Induktionsanfang:

$t = \texttt{z}$: ....

$t = \texttt{emptyB}$: ....

Induktionsvoraussetzung:

Für $t_1, t_2 \in T_{\Sigma_2,\texttt{entry}}$ existieren $t'_1, t'_2 \in T_{\Sigma',\texttt{entry}}$ mit $t_1 \equiv_{E_2} t'_1$ und $t_2 \equiv_{E_2} t'_2$.
Für $t_3 \in T_{\Sigma_2,\texttt{buffer}}$ existiert ein $t'_3 \in T_{\Sigma',\texttt{buffer}}$ mit $t_3 \equiv_{E_2} t'_3$.

Induktionsschritt:

$t = \texttt{createB}(t_1, t_2)$: ....

$t = \texttt{store}(t_1, t_3)$: ....

....

....

....

....

....

$t = \texttt{restore}(t_3)$: ....

....

....

....

....

....

Lösung:

Induktionsanfang:

$t = \texttt{z}$: Wähle $t' = \texttt{z}$.
$t = \texttt{emptyB}$: Wähle $t' = \texttt{createB}(\texttt{z}, \texttt{z}) \equiv_{(e1)} \texttt{emptyB}$ **1 Punkt**

Induktionsvoraussetzung:

Für $t_1, t_2 \in T_{\Sigma_2,\texttt{entry}}$ existieren $t'_1, t'_2 \in T_{\Sigma',\texttt{entry}}$ mit $t_1 \equiv_{E_2} t'_1$ und $t_2 \equiv_{E_2} t'_2$.
Für $t_3 \in T_{\Sigma_2,\texttt{buffer}}$ existiert ein $t'_3 \in T_{\Sigma',\texttt{buffer}}$ mit $t_3 \equiv_{E_2} t'_3$.

Induktionsschritt:

$t = \texttt{createB}(t_1, t_2) \equiv_{(IV)} \texttt{createB}(t'_1, t'_2)$: Wähle $t' = \texttt{createB}(t'_1, t'_2)$. **1 Punkt**
$t = \texttt{store}(t_1, t_3) \equiv_{(IV)} \texttt{store}(t'_1, t'_3) = \texttt{store}(t'_1, \texttt{createB}(t_4, t_5))$, $t_4, t_5 \in T_{\Sigma'}$.
Wähle $t' = \texttt{createB}(t'_1, t_4) \equiv_{(e2)} \texttt{store}(t'_1, \texttt{createB}(t_4, t_5))$ 1,5 Punkte
$t = \texttt{restore}(t_3) \equiv_{(IV)} \texttt{restore}(t'_3) = \texttt{restore}(\texttt{createB}(t_4, t_5))$, $t_4, t_5 \in T_{\Sigma'}$.
Wähle $t' = \texttt{createB}(t_5, \texttt{z}) \equiv_{(e3)} \texttt{restore}(\texttt{createB}(t_4, t_5))$ 1,5 Punkte

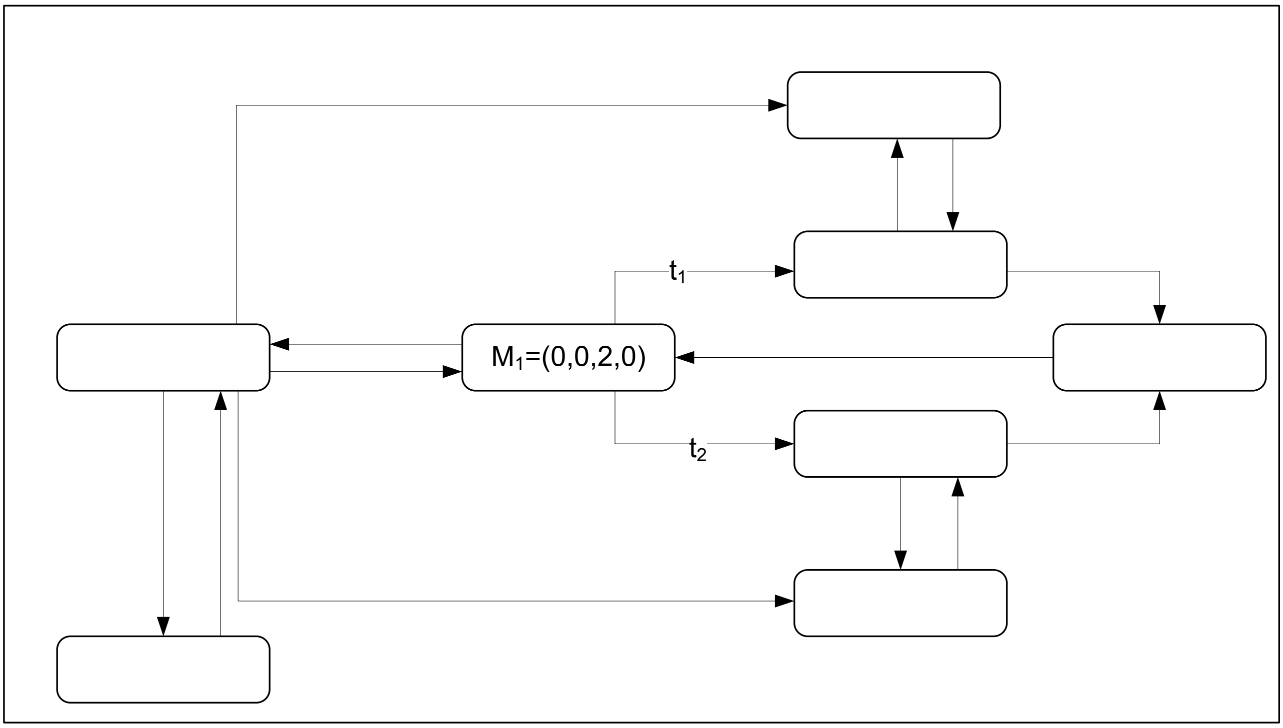
Damit sind alle Bedingungen des Satzes zur schrittweisen Korrektheit erfüllt und SP_2 ist initial korrekt bezüglich M. □

Petrinetze

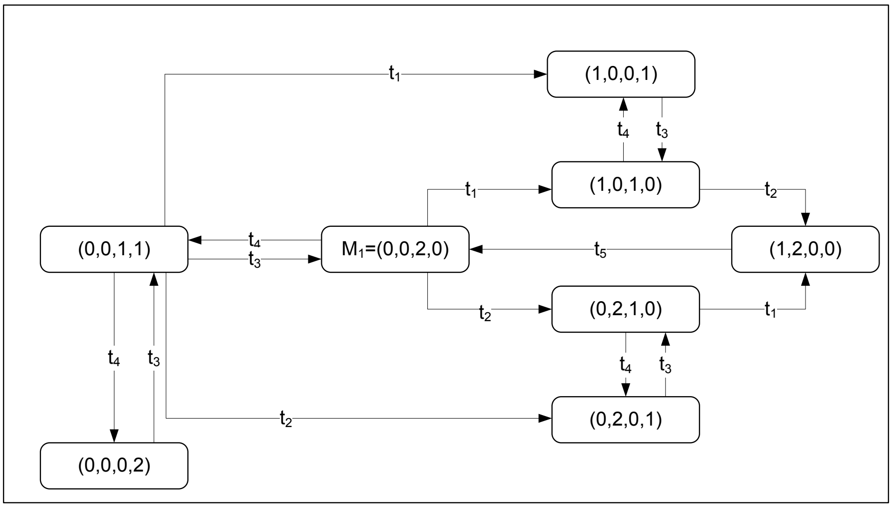
Die folgenden Aufgaben 5, 6 und 7 beziehen sich auf das Netz N_1 und die Markierungen M_1 auf Seite 18.

Aufgabe 5 **14 Punkte**

Gebt den Erreichbarkeitsgraphen von (N_1, M_1) an! Ihr könnt dazu die unten abgebildete Vorlage benutzen und vervollständigen. Gebt analog zu der gegebenen Markierung $M_1 = (0, 0, 2, 0)$ die weiteren Markierungen in der Form $(M(p_1), \ldots, M(p_5))$ für jede Markierung $M \in EG(M_1)$ an.



Lösung:

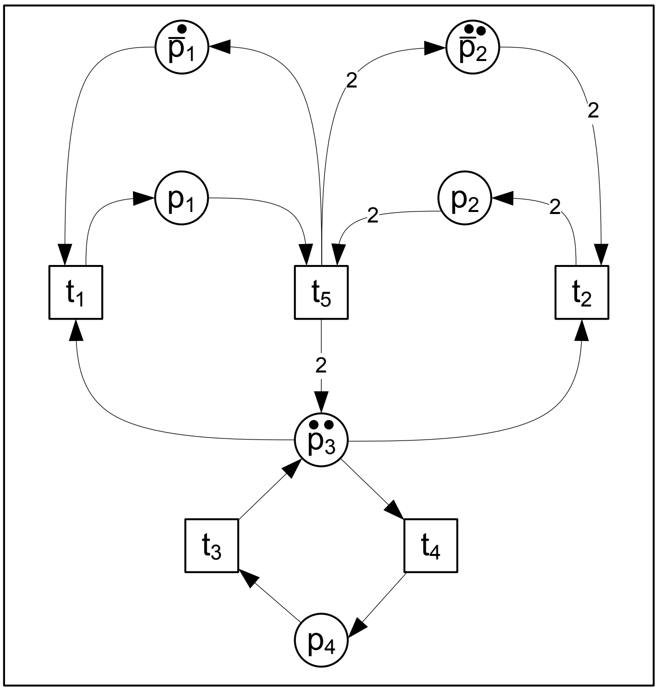


(1 Punkt pro Markierung, 0,5 Punkte pro Transition)

Aufgabe 6 **8 Punkte**

Gebt die Netzkomplementierung (N_1', M_1') des Netzes (N_1, M_1) an!

Lösung:



(1 Punkt pro zusätzlicher Stelle und Kante und 1 Punkt pro Markierung auf den neuen Stellen)

Aufgabe 7 **20 Punkte**

Entscheidet, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind und kreuzt entsprechend an! Für jede richtige Antwort gibt es zwei Punkte, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen, wobei es jedoch minimal 0 Punkte für die ganze Aufgabe gibt.

	Aussage	**wahr**	**falsch**
1.	t_1 und t_2 sind bezüglich M_1 nicht im Konflikt.		
2.	t_5 und t_2 sind bezüglich M_1 nebenläufig.		
3.	Die Markierung M_1 ist bezüglich dem Netz (N_1, M_1) lebendig.		
4.	Das Netz (N_1, M_1) ist lebendig.		
5.	Unter M_1 ist die Schaltfolge $M_1 \xrightarrow{t_1} M_2 \xrightarrow{t_2} M_3 \xrightarrow{t_5} M_4 \xrightarrow{t_3} M_5 \xrightarrow{t_4} M_6$ möglich.		
6.	$I_\text{p} \colon P \to \mathbb{Z}$ mit $(I_\text{p}(p_1), \dots, I_\text{p}(p_4)) = (1, 1, 1, 1)$ ist eine P-Invariante von N_1.		
7.	$I_\text{t} \colon T \to \mathbb{N}$ mit $(I_\text{t}(t_1), \dots, I_\text{t}(t_5)) = (1, 1, 1, 1, 1)$ ist eine T-Invariante von N_1.		
8.	Für die Kausalrelation $<_\text{k}$ gilt: $p_1 <_\text{k} p_4$		
Sei (N_1', M_1') die Netzkomplementierung von (N_1, M_1).			
9.	Wenn ein Schaltschritt $M_a \xrightarrow{t_2} M_b$ in N_1 möglich ist dann existieren auch die Markierungen M_c, M_d sodass der Schaltschritt $M_c \xrightarrow{t_2} M_d$ in N_1' möglich ist.		
10.	Es gibt eine Markierung M im Erreichbarkeitsgraphen von (N_1', M_1'), sodass $M(p_2) = 3$.		

Lösung:

	Begründung	**wahr**	**falsch**
1.	Markierung ist ausreichend und Kapazität wird nicht überschritten	X	
2.	Nein, weil t_5 nicht aktiviert ist		X
3.	Alle Transitionen sind erreichbar	X	
4.	Alle Transitionen sind lebendig.	X	
5.	t_3 ist nicht aktiviert.		X
6.	Z. B. kann t_2 schalten und die gew. Tokensumme verändert sich.		X
7.	Betrachte z.B. die Schaltfolge: $\langle t_1; t_2; t_5; t_4; t_3 \rangle$.	X	
8.	Über t_5, t_4	X	
9.	Äquivalenz des Schaltverhaltens	X	
10.	Äquivalenz des Schaltverhaltens.		X

Die folgenden Aufgaben 8 und 9 beziehen sich auf das Netz N_2 (mit unbeschränkten Kapazitäten) auf Seite 18.

Aufgabe 8 **11 Punkte**

a) Ergänzt die folgende Matrix-Darstellung $\underline{N_2}$ von N_2!

$\underline{N_2} = (P, T, \underline{pre}, \underline{post})$ mit

$P = \{p_1, p_2, p_3, p_4\}$

$T = \{t_1, t_2, t_3\}$

$$\underline{pre} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

$$\underline{post} = \begin{pmatrix} \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \\ \dots & \dots & \dots \end{pmatrix}$$

Lösung: $\underline{pre} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$ $\quad \underline{post} = \begin{pmatrix} 0 & 0 & 2 \\ 0 & 0 & 0 \\ 1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \end{pmatrix}$ **2 Punkte** + **2 Punkte**

---

b) Berechnet die P-Invarianten von $\underline{N_2}$!

Lösung: $\underline{I} = \begin{pmatrix} -1 & -1 & 2 \\ 0 & -1 & 0 \\ 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & -1 \end{pmatrix}$ **1 Punkt**

$$\underline{I}^{\mathrm{T}} = \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix}$$

1 Punkt

$\underline{I}^{\mathrm{T}} \cdot x = \underline{0}$ **1 Punkt**

$$\begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ -1 & -1 & 0 & 1 \\ 2 & 0 & 0 & -1 \end{pmatrix} \Leftrightarrow_{II-I,III+2I} \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & -1 & 1 \\ 0 & 0 & 2 & -1 \end{pmatrix} \Longrightarrow \quad x_3 = x_2 = x_1 = \frac{1}{2} \cdot x_4$$

1 Punkt

$\Longrightarrow$ Die P-Invarianten sind $\{s \cdot (1/2, 1/2, 1/2, 1)^{\mathrm{T}} \mid s \in \mathbb{R}\} \cap \mathbb{Z}^4$. **2 Punkte** für Lösungsmenge + **1 Punkt** für Einschränkung auf $\mathbb{Z}^4$

Aufgabe 9 **11 Punkte**

a) Gebt (visualisiert) ein Prozessnetz N_3 von N_2 für die Schaltsequenz $M \xrightarrow{t_2} M_7 \xrightarrow{t_1} M_8 \xrightarrow{t_3} M_9$ mit der Anfangsmarkierung M mit $M(p_1) = 2$, $M(p_2) = 1$, $M(p_3) = 0$ und $M(p_4) = 0$ an! Bezeichnet dabei die zu p_1 in N_2 zugehörigen Stellen in N_3 mit $(p_1^1, \ldots, p_1^n)$ und benutzt diese Schreibweise analog für $p_2, p_3, p_4, t_1, t_2, t_3$ aus N_2.

b) Gebt die nebenläufigen Transitionen dieses Prozesses an!

....

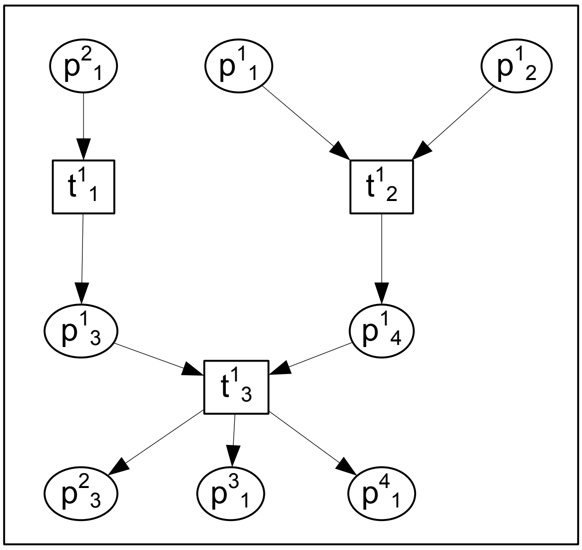
....

c) Gebt alle mit der Kausalrelation des Prozessnetzes N_3 verträglichen totalen Ordnungen der Transitionen von N_3 an!

....

....

Lösung: **a)**



(8 Punkte: 4 für Stellen, 2 für Transitionen, 2 für Verbindungen und Prozessnetzbedingungen)

b)
t_2^1 und t_1^1 sind nebenläufig. (1 Punkt)

c)
$t_2 < t_1 < t_3$ und $t_1 < t_2 < t_3$ (2 Punkte)

Signaturen und Algebren

Für Aufgabe 1:

$SP_1 =$	
sorts:	$\texttt{wert}$
	$\texttt{farbe}$
opns:	$\texttt{z}\colon\ \to \texttt{wert}$
	$\texttt{s}\colon \texttt{wert} \to \texttt{wert}$
	$\texttt{makeF}\colon \texttt{wert wert wert} \to \texttt{farbe}$
vars:	$v_1, v_2, v_3\colon \texttt{wert}$
eqns:	$(e1)\quad \texttt{s}(\texttt{s}(v_1)) = \texttt{s}(\texttt{s}(\texttt{z}))$

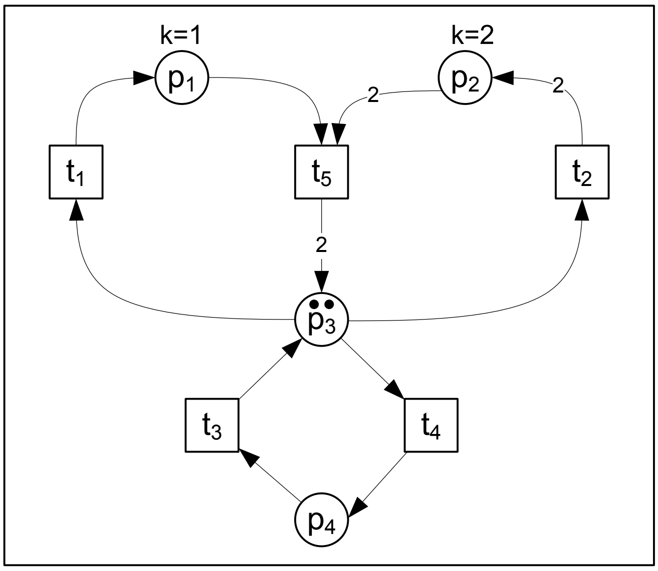
A	B
$A_{\texttt{wert}} = \{0, 50, 100\}$	$B_{\texttt{wert}} = \{0, 1\}$
$A_{\texttt{farbe}} = \{(r, g, b) \mid r, g, b \in A_{\texttt{wert}}\}$	$B_{\texttt{farbe}} = \{b \mid b \in B_{\texttt{wert}}\}$
$\texttt{z}_A = 0 \in A_{\texttt{wert}}$	$\texttt{z}_B = 0 \in B_{\texttt{wert}}$
$\texttt{s}_A\colon A_{\texttt{wert}} \to A_{\texttt{wert}}$	$\texttt{s}_B\colon B_{\texttt{wert}} \to B_{\texttt{wert}}$
$\texttt{s}_A(x) = \begin{cases} 50, & x = 0 \\ 100, & sonst \end{cases}$	$\texttt{s}_B(x) = 1$
$\texttt{makeF}_A\colon A_{\texttt{wert}} \times A_{\texttt{wert}} \times A_{\texttt{wert}} \to A_{\texttt{farbe}}$	$\texttt{makeF}_B\colon B_{\texttt{wert}} \times B_{\texttt{wert}} \times B_{\texttt{wert}} \to B_{\texttt{farbe}}$
$\texttt{makeF}(r, g, b) = (r, b, g)$	$(x, y, z) \mapsto x$

Für Aufgaben 2, 3 und 4:

$SP_2 =$		M
sorts:	$\texttt{entry}$	$M_{\texttt{entry}} = \mathbb{N}$
	$\texttt{buffer}$	$M_{\texttt{buffer}} = \{(e_1, e_2) \mid e_1, e_2 \in \mathbb{N}\}$
opns:	$\texttt{z}\colon\ \to \texttt{entry}$	$\texttt{z}_M = 0 \in M_{\texttt{entry}}$
	$\texttt{s}\colon \texttt{entry} \to \texttt{entry}$	$\texttt{s}_M : M_{\texttt{entry}} \to M_{\texttt{entry}}$
		$a \mapsto a + 1$
	$\texttt{emptyB}\colon\ \to \texttt{buffer}$	$\texttt{emptyB}_M = (0, 0) \in M_{\texttt{buffer}}$
	$\texttt{createB}\colon \texttt{entry entry} \to \texttt{buffer}$	$\texttt{createB}_M\colon M_{\texttt{entry}} \times M_{\texttt{entry}} \to M_{\texttt{buffer}}$
		$(e_1, e_2) \mapsto (e_1, e_2)$
	$\texttt{store}\colon \texttt{entry buffer} \to \texttt{buffer}$	$\texttt{store}_M\colon M_{\texttt{entry}} \times M_{\texttt{buffer}} \to M_{\texttt{buffer}}$
		$(e_1, (e_2, e_3)) \mapsto (e_1, e_2)$
	$\texttt{restore}\colon \texttt{buffer} \to \texttt{buffer}$	$\texttt{restore}_M\colon M_{\texttt{buffer}} \to M_{\texttt{buffer}}$
		$(e_1, e_2) \mapsto (e_2, 0)$
vars:	$a, b, c\colon \texttt{entry}, x_1, x_2\colon \texttt{buffer}$	
eqns:	$(e1)\ \texttt{emptyB} = \texttt{createB}(\texttt{z}, \texttt{z})$	
	$(e2)\ \texttt{store}(a, \texttt{createB}(b, c)) = \texttt{createB}(a, b)$	
	$(e3)\ \texttt{restore}(\texttt{createB}(a, b)) = \texttt{createB}(b, \texttt{z})$	

Petrinetze

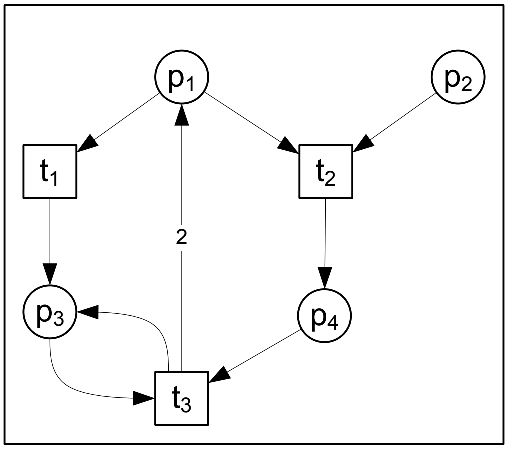
Für Aufgaben 5, 6 und 7:



Netz N_1 mit Markierung M_1

Kanten ohne Beschriftung haben ein Gewicht von 1 und Stellen ohne Beschriftung eine Kapazität von ω.

Für Aufgaben 8 und 9:



Netz N_2