Technische Universität Berlin Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik	**Prüfungen** in Theoretischer Elektrotechnik

Semester: WS 04/05 Tag der Prüfung: 12.01.2005

2. Teilprüfung

im Fach

TET I

Name: ....

Vorname: ....

Matr.-Nr.: ....

Studiengang: ....

$\Uparrow$ *bitte in Druckbuchstaben ausfüllen* $\Uparrow$

Bitte beachten Sie auch die Hinweise auf der Rückseite!

Aufgabe	**A1** (3)	**A2** (2)	**A3** (3)	**A4** (3)	**A5** (3)	**A6** (3)
Punkte						
Aufgabe	**B1** (4)	**B2** (6)	**B3** (6)		Σ P	Note
Punkte						

HINWEISE

(bitte vor Beginn sorgfältig lesen!)

a) Prüfen Sie, ob Ihr Klausurexemplar vollständig ist. Es muß aus insgesamt 6 Blättern bestehen (1 Deckblatt, 2 Blätter mit den Aufgaben A1 bis A6, jeweils 1 Blatt für die Aufgaben B1 bis B3). **Falls Sie ein unvollständiges Klausurexemplar erhalten haben, lassen Sie sich bitte ein einwandfreies Exemplar aushändigen.**

b) Tragen Sie auf dem Deckblatt Ihren Vornamen, Namen und die Matrikelnummer ein.

c) Sie haben 90 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben. Es sind maximal 33 Punkte erreichbar.

d) Verwenden Sie zur Lösung der Aufgaben nur den unter den Fragen freigelassenen Raum (bei den Fragen B1 bis B3 auch die Rückseite). **Es werden beim Einsammeln keine Extrablätter angenommen!**

e) Achten Sie darauf, daß der Lösungsweg für den Korrektor nachvollziehbar ist.

f) Es sind **keinerlei Hilfsmittel** außer einem Schreibstift gestattet. Verwenden Sie aber bitte **keinen Bleistift**.

g) Die Teilnahme an dieser Klausur setzt eine vorherige **Anmeldung** voraus. Sollte diese nicht vorliegen, so kann die Klausur nicht benotet werden.

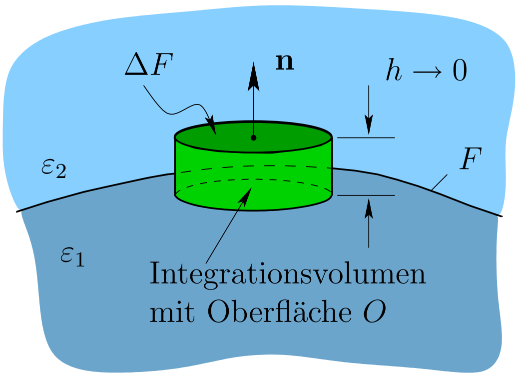
Bitte bestätigen Sie durch Ihre Unterschrift, daß Sie die Hinweise gelesen und verstanden haben.

Datum: ....

Unterschrift: ....

Aufgabe A1

Beweise mit Hilfe der Grundgleichungen des elektrostatischen Feldes, daß die Normalkomponente der elektrischen Flußdichte $\mathbf{D}$ an Grenzflächen zwischen zwei Medien mit den Dielektrizitätskonstanten ε_1 und ε_2 stetig verläuft.



Da keine Ladung im Integrationsvolumen eingeschlossen ist, gilt

$$\oint \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{O} = 0 \quad \rightarrow \quad D_{n2}\Delta F - D_{n1}\Delta F = 0$$

$$\rightarrow \quad D_{n2} = D_{n1} \quad \text{q.e.d.}$$

Aufgabe A2

Um welchen Faktor ändert sich die gespeicherte Energie in einem idealen Plattenkondensator, wenn dieser vollständig mit Dielektrikum der relativen Dielektrizitätskonstanten $\varepsilon_r = 2$ gefüllt wird und dabei

a) die Spannung U zwischen den Kondensatorplatten bzw.

b) die Ladung Q auf den Kondensatorplatten

konstant gehalten wird? Die Antwort ist zu begründen.

Für die Feldenergie in einem Kondensator gilt

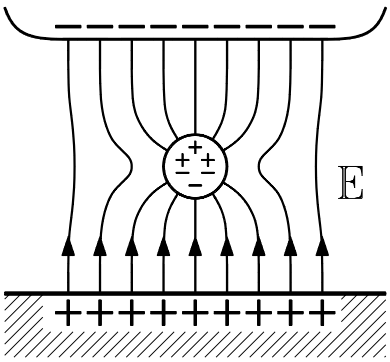
$$W_e = \frac{1}{2} C U^2 = \frac{1}{2} \frac{Q^2}{C} \; .$$

Damit steigt im Fall a) die Energie um den Faktor 2 an, während sie im Fall b) halbiert wird, denn die Kapazität C ist direkt proportional zu ε_r.

Aufgabe A3

Wie läßt sich qualitativ die feldreduzierende Wirkung eines Erdseils erklären, wenn dieses dem elektrischen Feld einer Gewitterwolke ausgesetzt ist? Skizziere für die Erklärung das elektrische Feld bei Annahme eines isolierten bzw. eines geerdeten Leiters zwischen Gewitterwolke und Erdboden.

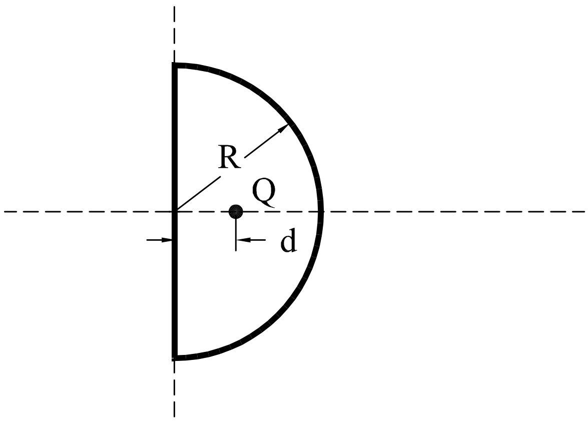
Betrachten wir zunächst einen *isolierten* Leiter zwischen Wolke und Erde (linkes Bild).

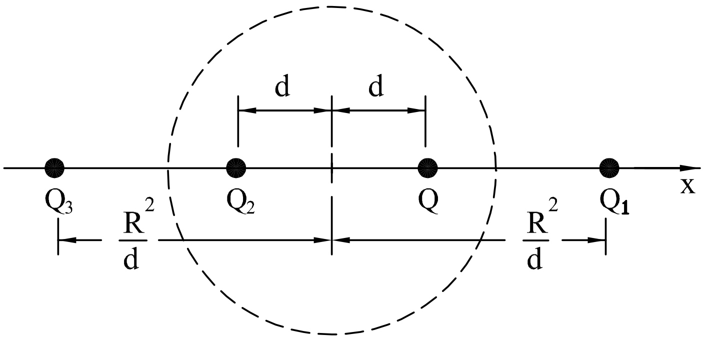


Der Leiter konzentriert das Feld in seiner Umgebung und seine Oberflächenladungen werden werden sich wie im Bild angedeutet polarisieren.
Erden wir nun den Leiter (rechtes Bild), so fließen negative Ladungen zur Erde ab und es entsteht im unteren Bereich eine Zone verminderter elektrischer Feldstärke.

Aufgabe A4

Gegeben ist eine geerdete, leitende Halbkugel, in deren Inneren sich eine Punktladung Q befindet.
Man gebe eine Ersatzanordnung von Punktladungen an, die im Bereich der Halbkugel das gleiche Potential erzeugt.





$$Q_1 = -Q_3 = -Q\,\frac{R}{d}$$

Aufgabe A5

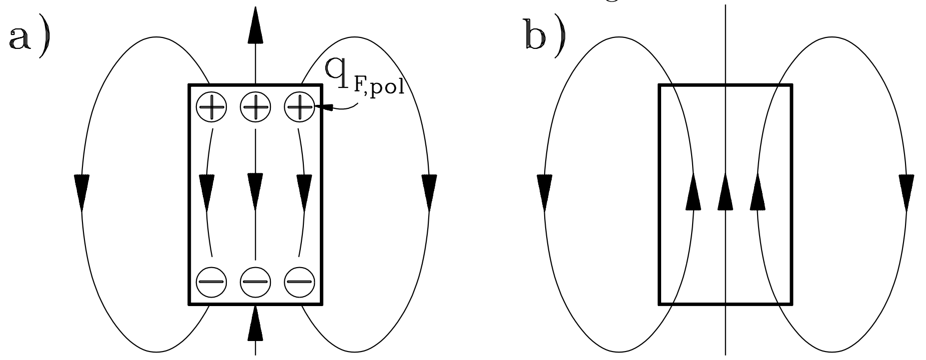
Skizziere für einen homogen in Längsrichtung polarisierten Stab

a) die elektrischen Feldlinien

b) die dielektrischen Verschiebungslinien

und begründe den jeweiligen Verlauf physikalisch.

- Beide Feldbilder unterscheiden sich nur im Inneren des Stabes (wegen $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$)
- Die Verschiebungslinien sind geschlossen (wegen $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$)
- Die elektrischen Feldlinien starten auf den Polarisationsflächenladungen der oberen Deckfläche und enden auf den Polarisationsflächenladungen der unteren Deckfäche.



Aufgabe A6

Leite die elektrische Feldstärke $\mathbf{E}$ her, die von einer *punktförmigen Stromquelle I* im homogenen, leitenden Gesamtraum mit der Leitfähigkeit κ hervorgerufen wird.

Für das Strömungsfeld gilt

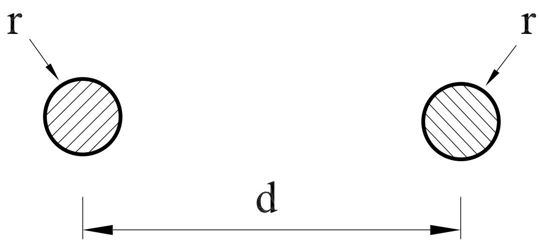
$$\oint_O \mathbf{J} \cdot \mathrm{d}\mathbf{O} = I \quad , \quad \mathbf{J} = \kappa \mathbf{E} \, .$$

Wählt man eine kugelförmige Oberfläche, so ergibt sich aufgrund des sich einstellenden *radialen Strömugsfeldes*

$$\int_0^{2\pi} \int_0^{\pi} J_r(r)\, r^2 \sin\vartheta \; \mathrm{d}\vartheta \; \mathrm{d}\varphi = 4\pi r^2 J_r(r) = I \quad \rightarrow \quad \mathbf{E} = \frac{I}{4\pi\kappa r^2}\, \mathbf{e}_r = \frac{I}{4\pi\kappa}\, \frac{\mathbf{r}}{r^3} \, .$$

Aufgabe B1

Berechne die Kapazität pro Längeneinheit einer aus zwei dünnen Drähten (Radius r, Abstand d) bestehenden unendlich langen Doppelleitung mit $r \ll d$.



Die Drähte seien so dünn, daß sie durch unendlich lange Linienladungen $\pm q_L$ in ihrem Mittelpunkt ersetzt werden dürfen.

Ersatzanordnung aus zwei Linienladungen q_L und $-q_L$ im Abstand d liefert wegen $r \ll d$ kreisförmige Äquipotentialflächen im Abstand r von den Linienladungen.

Potential der beiden Linienladungen:

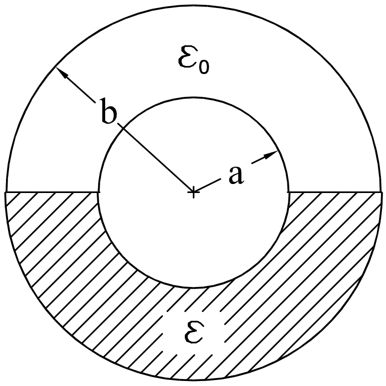
$$\begin{aligned} \phi &= -\frac{q_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0}\;\ln\frac{r}{c_0} + \frac{q_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0}\;\ln\frac{d-r}{c_0} \\ \phi &= \frac{q_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0}\;\ln\frac{d}{r} \qquad \text{wegen} \quad d-r \approx d \end{aligned}$$

Kapazität pro Längeneinheit:

$$\begin{aligned} C' &= \frac{q_L}{U} \\ U = 2\,\phi \quad \Rightarrow \quad C' &= \frac{q_L}{2\,\frac{q_L}{2\,\pi\,\varepsilon_0}\;\ln\frac{d}{r}} = \pi\,\varepsilon_0\,\frac{1}{\ln\frac{d}{r}} \end{aligned}$$

Aufgabe B2

Bestimme die Kapazität eines Kugelkondensators (kein Zylinderkondensator!) mit Innenradius a und Außenradius b, der zur Hälfte mit Dielektrikum $\varepsilon \neq \varepsilon_0$ gefüllt ist.



Es kann angenommen werden, daß der Innenleiter die Ladung $+Q$ und der Außenleiter die Ladung $-Q$ trägt.

Die elektrische Feldstärke wird nur radial gerichtet sein und nur von der radialen Koordinate r abhängen

$$\mathbf{E} = \mathbf{e}_r E_r(r) \quad .$$

- Ladung q des inneren Leiters:

$$q = \oint \mathbf{D} \cdot \mathrm{d}\mathbf{O}$$

$$q = \varepsilon_0 \int_0^\pi E_r\, r^2 \; \mathrm{d}\varphi \int_0^\pi \sin\vartheta \; \mathrm{d}\vartheta + \varepsilon \int_\pi^{2\pi} E_r\, r^2 \; \mathrm{d}\varphi \int_0^\pi \sin\vartheta \; \mathrm{d}\vartheta \quad \rightarrow \quad E_r(r) = \frac{q}{2\pi(\varepsilon_0 + \varepsilon)\, r^2}$$

- Potentialdifferenz:

$$\phi(a) - \phi(b) = \int_a^b E_r \; \mathrm{d}r = \frac{q}{2\pi(\varepsilon_0 + \varepsilon)} \left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)$$

- Kapazität:

$$C = \frac{q}{\phi(a) - \phi(b)} = 2\pi(\varepsilon_0 + \varepsilon)\, \frac{ab}{b-a}$$

Aufgabe B3

Gegeben ist ein idealer Plattenkondensator. Die Platten haben jeweils die Fläche A und der Abstand zwischen den Platten sei d. Mit Hilfe des Prinzips der *virtuellen Verrückung* ist die Kraft auf eine Kondensatorplatte zu berechnen und durch die Ladung der Platte und das Feld zwischen den Platten auszudrücken. Im Zuge der virtuellen Verrückung soll dabei

a) die Ladung des Kondensators bzw.

b) die Spannung zwischen den Platten

konstant gehalten werden.

a) Bei konstanter Ladung ändert sich bei einer virtuellen Verschiebung $d + \delta d$ die dielektrische Verschiebung nicht. Die Energie im Kondensator ist

$$W_e = \frac{1}{2\varepsilon} D^2 A\, d \quad \rightarrow \quad \delta W_e = \frac{1}{2\varepsilon} D^2 A\, \delta d$$

und mit $Q = DA$ ergibt sich die Kraft in Richtung der Verschiebung zu

$$F = -\frac{\delta W_e}{\delta d} = -\frac{1}{2} Q\, E\, .$$

b) Bei konstanter Spannung ändert sich bei einer virtuellen Verschiebung die elektrische Feldstärke $E = U/d$. Die Energie im Kondensator ist

$$W_e = \frac{\varepsilon}{2} E^2 A\, d = \frac{\varepsilon}{2} \frac{U^2}{d^2} A\, d \quad \rightarrow \quad \delta W_e = \frac{\varepsilon}{2} U^2 A\, \delta\left(\frac{1}{d}\right) = -\frac{\varepsilon}{2} U^2 A \frac{1}{d^2}\, \delta d$$

und mit $Q = \varepsilon E A = \varepsilon U A/d$ ergibt sich die Kraft in Richtung der Verschiebung zu

$$F = +\frac{\delta W_e}{\delta d} = -\frac{1}{2} Q\, E\, .$$