Technische Universität Berlin Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik	**Prüfungen** in Theoretischer Elektrotechnik

Semester: WS 2006/07 Tag der Prüfung: 11.01.2007

2. Teilprüfung

im Fach

TET I

Name: ....

Vorname: ....

Matr.-Nr.: ....

Studiengang: ....

⇑ *bitte in Druckbuchstaben ausfüllen* ⇑

Bitte beachten Sie auch die Hinweise auf der Rückseite!

Aufgabe	**A1** (2)	**A2** (4)	**A3** (3)	**A4** (2)	**A5** (3)	**A6** (2)
Punkte						
Aufgabe	**B1** (6)	**B2** (6)	**B3** (5)		Σ P	Note
Punkte						

HINWEISE

(bitte vor Beginn sorgfältig lesen!)

a) Prüfen Sie, ob Ihr Klausurexemplar vollständig ist. Es muß aus insgesamt 6 Blättern bestehen (1 Deckblatt, 2 Blätter mit den Aufgaben A1 bis A6, jeweils 1 Blatt für die Aufgaben B1 bis B3). **Falls Sie ein unvollständiges Klausurexemplar erhalten haben, lassen Sie sich bitte ein einwandfreies Exemplar aushändigen.**

b) Tragen Sie auf dem Deckblatt Ihren Vornamen, Namen und die Matrikelnummer ein.

c) Sie haben 90 Minuten Zeit für die Bearbeitung der Aufgaben. Es sind maximal 33 Punkte erreichbar.

d) Verwenden Sie zur Lösung der Aufgaben nur den unter den Fragen freigelassenen Raum (bei den Fragen B1 bis B3 auch die Rückseite). **Es werden beim Einsammeln keine Extrablätter angenommen!**

e) Achten Sie darauf, daß der Lösungsweg für den Korrektor nachvollziehbar ist.

f) Es sind **keinerlei Hilfsmittel** außer einem Schreibstift gestattet. Verwenden Sie aber bitte **keinen Bleistift**.

g) Die Teilnahme an dieser Klausur setzt eine vorherige **Anmeldung** voraus. Sollte diese nicht vorliegen, so kann die Klausur nicht benotet werden.

Bitte bestätigen Sie durch Ihre Unterschrift, daß Sie die Hinweise gelesen und verstanden haben.

Datum: ....

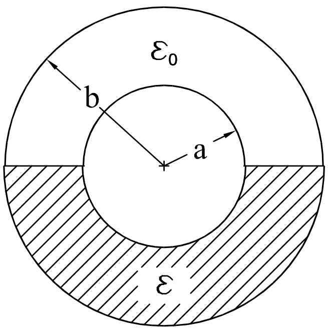
Unterschrift: ....

Aufgabe A1

Gegeben ist eine metallische Hohlkugel mit dem Innenradius a und dem Außenradius b. Die Kugel trage die Gesamtladung Q. Wie groß ist die Energie der geladenen Hohlkugel?

Potential der Kugel: $\phi = \dfrac{Q}{4\pi\varepsilon_0 b} \quad \rightarrow \quad$ Energie: $W = \dfrac{1}{2}\,Q\phi = \dfrac{Q^2}{8\pi\varepsilon_0 b}$

Aufgabe A2



Bestimme die Kapazität eines **Kugelkondensators** mit Innenradius a und Außenradius b, der zur Hälfte mit Dielektrikum $\varepsilon \neq \varepsilon_0$ gefüllt ist.

Kapazität ohne Dielektrikum: $C = \dfrac{Q}{U} = \dfrac{Q}{\frac{Q}{4\pi\varepsilon_0}\left(\frac{1}{a} - \frac{1}{b}\right)} = 4\pi\varepsilon_0\,\dfrac{ab}{b-a}$

Kapazität mit Dielektrikum (Parallelschaltung der beiden Hälften): $C = 2\pi(\varepsilon_0 + \varepsilon)\,\dfrac{ab}{b-a}$

Aufgabe A3

Skizziere für einen homogen in Längsrichtung polarisierten Stab

a) die elektrischen Feldlinien

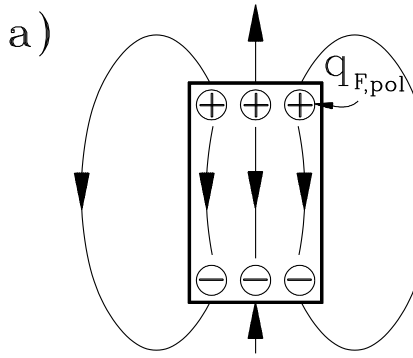
b) die dielektrischen Verschiebungslinien

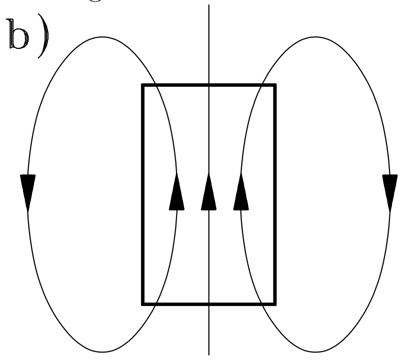
und begründe den jeweiligen Verlauf physikalisch.

• Beide Feldbilder unterscheiden sich nur im Inneren des Stabes (wegen $\mathbf{D} = \varepsilon_0 \mathbf{E} + \mathbf{P}$)

• Die Verschiebungslinien sind geschlossen (wegen $\nabla \cdot \mathbf{D} = 0$)

• Die elektrischen Feldlinien starten auf den Polarisationsflächenladungen der oberen Deckfläche und enden auf den Polarisationsflächenladungen der unteren Deckfäche.

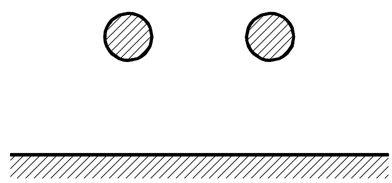




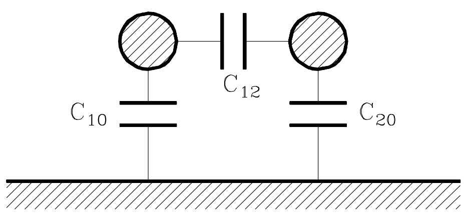
Aufgabe A4

a) Für eine Doppelleitung über einem leitenden Halbraum sind alle Teilkapazitäten einzuzeichnen.

b) Drücke die **Betriebskapazität** durch die Teilkapazitäten aus, wenn ein Leiter das Potential ϕ_1 und der andere Leiter das Potential $\phi = 0$ aufweist.

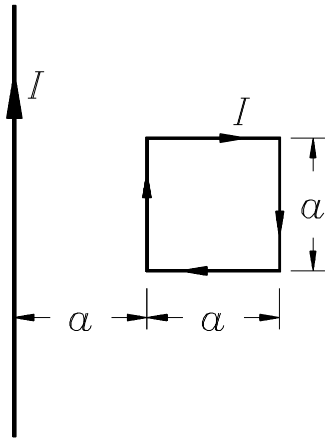


a)



b) Die Gesamtkapazität bildet mit den Teilkapazitäten C_{10} und C_{12} eine Parallelschaltung. Somit ergibt sich für die Betriebskapazität: $C = C_{10} + C_{12}$

Aufgabe A5



Bestimme die Kraft zwischen einem unendlich langen vom Gleichstrom I durchflossenen geraden Leiter und einer quadratischen ebenfalls vom Strom I durchflossenen dünnen Leiterschleife der Kantenlänge a. Leiter und Leiterschleife haben gemäß Bild den Abstand a voneinander und liegen in einer Ebene. In welche Richtung wirkt die Kraft?

Nur die zum Linienleiter parallelen Teile liefern einen Beitrag!

Magnetfeld des Linienleiters: $H = \dfrac{I}{2\pi x}$

Kraft auf die Leiterschleife : $F = \mu_0 \, I^2 \dfrac{a}{2\pi} \left(\dfrac{1}{a} - \dfrac{1}{2a} \right) = \dfrac{\mu_0 \, I^2}{4\pi}$

Die Kraft auf die Leiterschleife wirkt senkrecht zum Linienleiter hin.

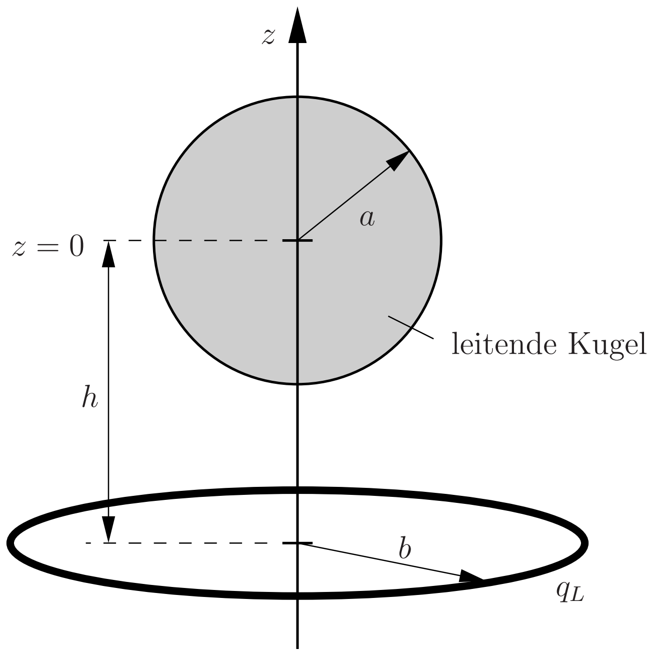
Aufgabe A6

Eine kleine Kompaßnadel mit dem magnetischen Dipolmoment $\mathbf{p}_m = p_m \, \mathbf{e}_y$ wird in ein homogenes magnetisches Feld mit der Induktion $\mathbf{B} = B_0(\mathbf{e}_x + \mathbf{e}_y + \mathbf{e}_z)$ eingebracht. Welches Drehmoment wirkt auf die Nadel?

$$\mathbf{T} = \mathbf{p}_m \times \mathbf{B} = p_m B_0(\mathbf{e}_x - \mathbf{e}_z)$$

Aufgabe B1

In der Höhe h über einer homogenen, ringförmigen Linienladung der Dichte q_L und mit dem Radius b befinde sich eine ungeladene, leitende Kugel mit dem Radius a, siehe Bild.



Berechne das elektrostatische Potential ϕ auf der gesamten z-Achse.

Das Potential setzt sich aus 3 Anteilen zusammen; dem Potential der Linienladung q_L, dem Potential der gespiegelten Linienladung q_L^* und dem Potential einer Mittelpunktsladung Q_M, die die Ladungsfreiheit der Kugel gewährleistet:

$$\phi(z) = \frac{1}{4\pi\varepsilon_0} \begin{cases} \dfrac{q_L\, 2\pi b}{\sqrt{b^2 + (z+h)^2}} + \dfrac{q_L^*\, 2\pi b^*}{\sqrt{b^{*2} + (z+h^*)^2}} + \dfrac{Q_M}{z} & \text{für} \quad |z| \geq a \\ Q_M/a & \text{für} \quad |z| \leq a \end{cases}$$

Dabei gilt nach dem Spiegelungsgesetz an der Kugel und dem Strahlensatz

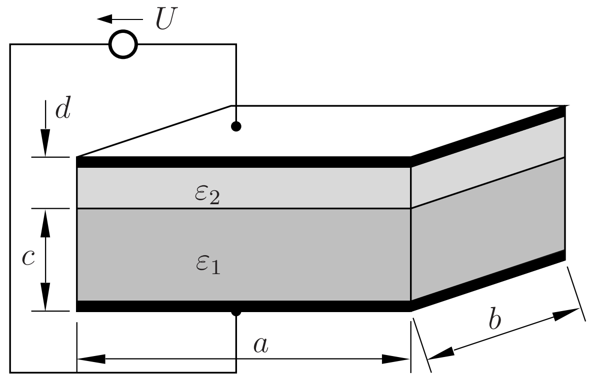
$$q_L^*\, b^* = -\frac{a}{\sqrt{b^2 + h^2}}\, q_L\, b \quad , \quad \frac{h^*}{h} = \frac{b^*}{b} = \frac{a^2}{h^2 + b^2}$$

sowie wegen der Ladungsfreiheit

$$Q_M = -q_L^*\, 2\pi b^* \; .$$

Aufgabe B2

Gegeben ist ein idealer Plattenkondensator mit geschichtetem Dielektrikum.
Die Spannung U zwischen den Platten wird konstant gehalten.



Mit Hilfe des Prinzips der *virtuellen Verrückung* ist die Kraft auf die Trennfläche zwischen den beiden Dielektrika ε_1 und ε_2 zu bestimmen und durch die Feldstärken $\mathbf{E}_1$ und $\mathbf{E}_2$ in den Teilbereichen auszudrücken.

Elektrisches Feld in den beiden Bereichen des Kondensators:

$$E_1 = \frac{U}{c + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,d} \quad , \quad E_2 = \frac{U}{\frac{\varepsilon_2}{\varepsilon_1}\,c + d}$$

Virtuelle Verrückung:

$$\delta E_1 = -U\,\frac{\delta s\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right)}{\left(c + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,d\right)^2} = -E_1\,\delta s\,\frac{1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}}{c + \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,d} \quad , \quad \delta E_2 = \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\,\delta E_1$$

$$2\delta W_e = \varepsilon_1\,2\,E_1\,\delta E_1\,V_1 + \varepsilon_1\,E_1^2\,\delta V_1 + \varepsilon_2\,2\,E_2\,\delta E_2\,V_2 + \varepsilon_2\,E_2^2\,\delta V_2$$

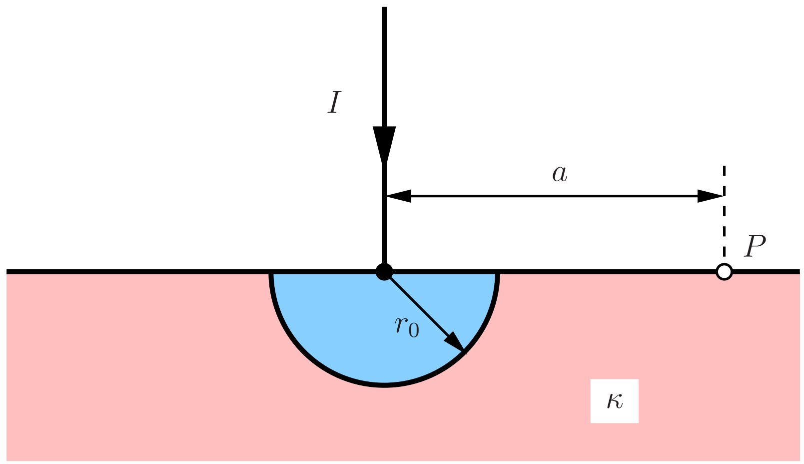
Mit $\delta V_1 = -\delta V_2 = ab\,\delta s$ folgt

$$\frac{2}{ab}\,\frac{\delta W_e}{\delta s} = -E_1^2\,\varepsilon_1\left(1 - \frac{\varepsilon_1}{\varepsilon_2}\right) \quad \rightarrow \quad \boxed{\mathbf{F} = +\frac{\delta W_e}{\delta s}\,\mathbf{n} = ab\,\frac{1}{2}\,\mathbf{n}\,(\varepsilon_1 - \varepsilon_2)\,\mathbf{E}_1 \cdot \mathbf{E}_2} \quad .$$

Zur selben Lösung gelangt man auch, wenn man die Formel $W_e = \frac{1}{2}\,C\,U^2$ verwendet und die Kapazitätsänderung bei einer virtuellen Verrückung berechnet.

Aufgabe B3

Ein Hochspannungsmast sei mit einem halbkugelförmigen Erder mit dem Radius r_0 geerdet. Die Leitfähigkeit des Erders kann als unendlich angesehen werden. Durch Berührung eines Leiters mit dem Mast fließe ein Strom I in den Erdboden mit der Leitfähigkeit κ, siehe Skizze.



a) Wie groß ist die Schrittspannung U_s im Punkt P, der sich in einer Entfernung a von der Einspeisestelle befindet? Dabei sollen die Punkte zur Spannungsberechnung jeweils eine halbe Schrittlänge $s/2$ links bzw. rechts des Punktes gewählt werden.

b) Wie groß ist der Übergangswiderstand R zwischen dem Erder und einem unendlich weit entfernten Punkt?

Es stellt sich ein radialhomogenes Strömungsfeld ein:

$$J_r = \frac{I}{2\pi r^2} \quad \rightarrow \quad E_r = \frac{I}{2\pi\kappa r^2} \quad \rightarrow \quad \phi = \frac{I}{2\pi\kappa r}$$

a) Schrittspannung:

$$U_s = \int_{a-s/2}^{a+s/2} E_r \,\mathrm{d}r = \frac{I}{2\pi\kappa}\left(\frac{1}{a-s/2} - \frac{1}{a+s/2}\right)$$

b) Übergangswiderstand:

$$R = \frac{\phi(r=r_0)}{I} = \frac{1}{2\pi\kappa r_0}$$