

UNIVERSITÄT PADERBORN

Fakultät EIM

Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik

Prof. Dr.-Ing. R. Schuhmann

Klausur Theoretische Elektrotechnik A

8. März 2007

Name:

Vorname:

Matrikel-Nr.:

Prüfungsnr.:

Aufgabe	1	2	3	4	Summe
Punkte					

1. Leiten Sie die Wellengleichung für eine eindimensionale ebene Welle mit $(\frac{\partial}{\partial x} = \frac{\partial}{\partial y} = 0)$ aus den Maxwell'schen Gleichungen für den zeitharmonischen Fall her.
Wie lassen sich Leitfähigkeitsverluste berücksichtigen?
Geben Sie die allgemeine Lösung an und transformieren Sie sie in eine Zeitbereichsdarstellung.
2. Gegeben sei eine Welle mit $\vec{E}(z) = \vec{e}_x \underline{A}_0 e^{-jkz} + \vec{e}_y \underline{B}_0 e^{-jkz}$. Geben Sie Bedingungen an die Faktoren \underline{A}_0 und \underline{B}_0 an, so dass die Welle ...
 - (a) ... linear polarisiert ist.
 - (b) ... zirkular polarisiert ist.
 - (c) ... elliptisch polarisiert ist.
3. Geben Sie den Zusammenhang zwischen elektrischem und magnetischem Phasor einer ebenen Welle an. Wie lautet der allgemeine Zusammenhang?

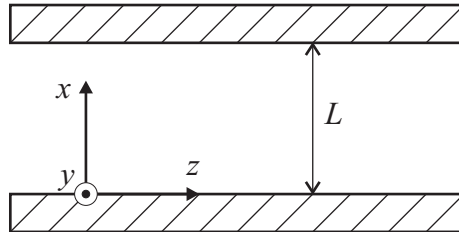
Für die folgenden Teilaufgaben sei eine Welle gegeben mit dem Phasor des elektrischen Feldes

$$\vec{E}(z) = E_0 e^{-jkz} \vec{e}_x. \quad (1)$$

4. Wie hängen Wellenvektor, Wellenzahl, Phasen- und Dämpfungskonstante voneinander ab?
5. Geben Sie das elektrische Feld der Welle im Zeitbereich an.
6. Geben Sie die Phase, die Periodendauer und die Amplitude der Welle an.
7. Skizzieren Sie
 - (a) die Zeitabhängigkeit der elektrischen Feldstärke an der Stelle $z = 0$.
 - (b) die elektrische Feldstärke in Abhängigkeit von z für den Zeitpunkt $t = 0$.
8. Geben Sie die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Welle sowie den Feldwellenwiderstand in Abhängigkeit von der Permittivität an.
9. Geben Sie Phasengeschwindigkeit und Wellenlänge in Abhängigkeit von der Phasenkonstanten an. Geben Sie die Energiegeschwindigkeit an.
10. Was verstehen Sie unter Dispersion?

Nr.	Punkte

Gegeben seien zwei in y - und z -Richtung unendlich ausgedehnte, elektrisch ideal leitende Platten bei den Koordinaten $x = 0$ und $x = L$. **Für die gesamte Aufgabe gelte $\frac{\partial}{\partial y} = 0$.**

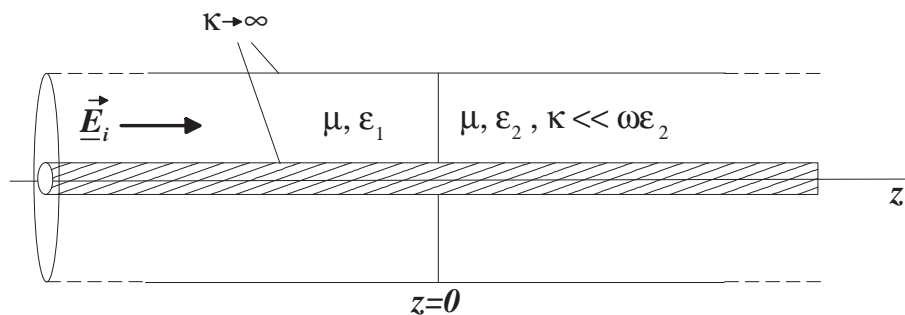


Zwischen den Platten (Vakuum mit $\varepsilon = \varepsilon_0$ und $\mu = \mu_0$) breitet sich eine elektromagnetische Welle in Form eines TE_{20} -Modes (nach der bei Hohlleitern üblichen Notation) aus.

- Wie lautet (in komplexer Schreibweise) das elektrische und das magnetische Feld dieser Welle?
Hinweis: Überlegen Sie sich dazu, welche Abhängigkeiten in x - und z -Richtung bestehen und welche elektrischen Feldkomponenten auftreten. Berechnen Sie daraus das magnetische Feld.
Die Wellengleichung und ihre Lösung müssen nicht ausführlich hergeleitet werden.
- Geben Sie das Verhältnis zwischen elektrischem und magnetischem Feld dieser Welle an. Wie bezeichnet man diese Größe?
- Die Welle soll nun als **Überlagerung zweier ebener Wellen** zwischen den Platten dargestellt werden. Geben Sie die Ausdrücke für das elektrische Feld dieser Wellen an. Wie muss der auftretende Winkel eingestellt werden (in Abhängigkeit der gegebenen Größen), damit alle Randbedingungen eingehalten werden?
- Es gelte nun $L = 10\text{cm}$. Geben Sie für die Gesamtwelle die Cutoff-Frequenz f_c an (Zahlenwert!) und skizzieren Sie das zugehörige Dispersionsdiagramm für $0 < f < 2 \cdot f_c$.
Zeigen Sie, wie man bei der Frequenz $f = 1.5 \cdot f_c$ die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit ablesen kann. (Genaue Zahlen nicht erforderlich).
- Welche Wellenmoden mit kleinerer Cutoff-Frequenz (und weiterhin $\frac{\partial}{\partial y} = 0$) existieren in dieser Bandleitung? Tragen Sie auch deren Dispersionskurven in die Skizze ein.

Nr.	Punkte

Gegeben ist eine Koaxialleitung, die für $z < 0$ mit einem verlustfreien Dielektrikum der Permittivität ϵ_1 und der Permeabilität μ gefüllt ist. Im Bereich $z > 0$ ist die Koaxialleitung mit einem verlustbehafteten Dielektrikum der Leitfähigkeit κ , der Permittivität ϵ_2 und der Permeabilität μ gefüllt. In positiver und negativer z -Richtung ist die Leitung unendlich ausgedehnt. Der Innen- und der Außenleiter sind ideal leitend. Im Raum $z < 0$ wird ein TEM-Mode mit der Amplitude \underline{E}_i angeregt, der sich in positive z -Richtung ausbreitet.



Es gelte zunächst $\epsilon_1 = \epsilon_2 = \epsilon$ und $\kappa = 0$ (**längshomogene, verlustfreie Leitung**).

1. Berechnen Sie das elektrische und das magnetische Feld des TEM-Modus in der Koaxialleitung durch Lösung eines 2D-Laplace-Problems.
Bestimmen Sie daraus die ortsabhängige Spannung $U(z)$ sowie den ortsabhängigen Strom $I(z)$.

Nun gelte $\epsilon_1 \neq \epsilon_2$ und $\kappa > 0$ mit $\kappa \ll \omega\epsilon_2$.

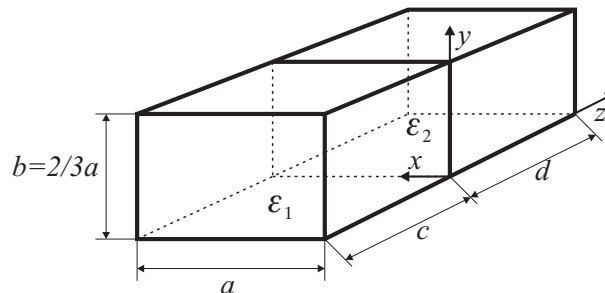
2. Berechnen Sie das elektrische und das magnetische Feld in der gesamten Koaxialleitung.
Hinweis: Die auftretenden Koeffizienten müssen nicht vollständig aufgelöst werden, ausreichend ist z.B. ein Ausdruck als Funktion der Impedanzen.
3. Geben Sie eine Näherung für die Ausbreitungskonstante im Raum $z > 0$ an.

Hinweise:

- $\Delta V(\varrho, \varphi, z) = \frac{\partial^2 V}{\partial \varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{\partial V}{\partial \varrho} + \frac{1}{\varrho^2} \frac{\partial^2 V}{\partial \varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}$
und $\frac{dV}{d\varrho^2} + \frac{1}{\varrho} \frac{dV}{d\varrho} = \frac{1}{\varrho} \frac{d}{d\varrho} (\varrho \frac{dV}{d\varrho})$
- $\text{rot} \vec{A}(\varrho, \varphi, z) = \vec{e}_\varrho \left(\frac{1}{\varrho} \frac{\partial A_z}{\partial \varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z} \right) + \vec{e}_\varphi \left(\frac{\partial A_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial \varrho} \right) + \vec{e}_z \left(\frac{\partial}{\partial \varrho} (\varrho A_\varphi) - \frac{\partial A_\varrho}{\partial \varphi} \right)$
- $\sqrt{1+x} \approx 1 + \frac{x}{2}$ für $|x| \ll 1$

Nr.	Punkte

Betrachtet wird ein Hohlleiter mit rechteckförmiger Querschnittsfläche, $0 < x < a$, $0 < y < b$. Das Seitenverhältnis ist gleich $b = 2a/3$. Der Hohlleiter besitzt abschnittsweise unterschiedliche Permittivitäten mit ε_1 im Raum $z < 0$, und ε_2 im Raum $0 < z$. Die Hohlleiterwände sind perfekt elektrisch leitend. An den Stellen $z = -c$ und $z = d$ ist der Hohlleiter perfekt leitend abgeschlossen.



Es gelte zunächst $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$ (**homogener** Hohlleiter).

- Bestimmen Sie mit Hilfe des Vektorpotentials

$$\vec{A}(x, y, z) = \vec{e}_z A_0 \sin(k_x x) \sin(k_y y) e^{\mp j k_z z}$$

einen Ausdruck für das magnetische und elektrische Feld der TM-Moden des homogenen Hohlleiters. Beachten Sie die zu erfüllenden Randbedingungen, und bestimmen Sie k_x und k_y .

- Dimensionieren Sie die Querschnittsgeometrie bei gegebener Frequenz ω_0 so, dass nur genau ein TM-Mode ausbreitungsfähig ist. Skizzieren Sie die magnetischen Feldlinien dieses Modes in der Querschnittsebene.

Es gelte nun $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$.

- Welcher Bedingung muss die Permittivität ε_2 genügen, damit in einem homogenen Hohlleiter mit der Permittivität ε_2 ebenfalls nur der erste TM-Mode ausbreitungsfähig ist?
- Welche Randbedingungen müssen die Feldgrößen in den Flächen $z = -c$, $z = 0$ und $z = d$ erfüllen?
- Bestimmen Sie nun die Eigenwertgleichung für die Resonanzfrequenzen des doppelt abgeschlossenen Hohlleiters (Resonator). Die Eigenwertgleichung braucht **nicht** gelöst zu werden!

Nr.	Punkte