UNIVERSITÄT PADERBORN

Fakultät EIM

Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik

Prof. Dr.-Ing. R. Schuhmann

Klausur Theoretische Elektrotechnik A

21. Februar 2008

Name:

Vorname:

Matrikel-Nr.:

Prüfungsnr.:

Aufgabe	1	2	3	4	HÜ	Summe
Punkte						

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

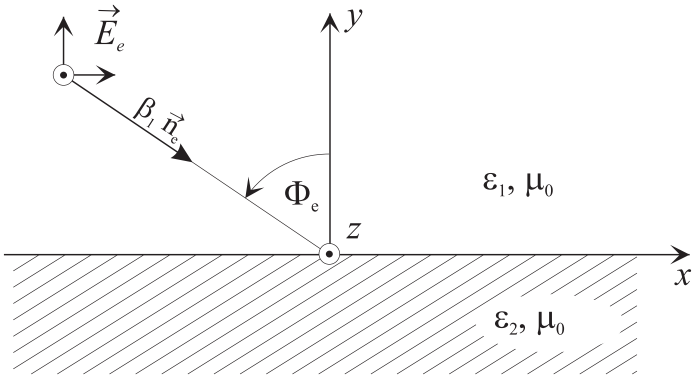
Eine TEM-Welle mit $\underline{\vec{E}}_0(z) = E_0 e^{-jk_z z}\vec{e}_x$ fällt senkrecht auf eine dielektrische Platte. Die Platte (μ_0, $\varepsilon_\mathrm{r} \neq 1$ und $\kappa = 0$) der Breite b ist auf beiden Seiten mit Vakuum umgeben.

1. Geben Sie den Feldwellenwiderstand Z_2 sowie die Wellenzahl k_{z2} im Inneren der Platte in Abhängigkeit von ε_r an.
2. Skizzieren Sie die Anordnung und geben Sie für alle Raumteile einen Ansatz für die elektrische wie auch magnetische Feldstärke an. Leiten sie aus den Stetigkeitsbedingungen ein Gleichungssystem für die Reflexions- und Transmissionsfaktoren ab.
3. Leiten Sie aus dem Gleichungssystem eine Bedingung für k_{z2} im Inneren der Platte her, sodass im Raum vor der Platte keine reflektierte Welle existiert (Rechnung!).
4. Bestimmen Sie aus der oben gefundenen Bedingung eine Funktion $\varepsilon_\mathrm{r}(\omega, b)$, sodass die Anordnung immer reflexionsfrei ist (Hinweis: sollten Sie in der vorigen Aufgabe keine Bedingung gefunden haben, benutzen Sie bitte: $k_{z2} = \frac{n\pi}{b}$).
5. Begründen Sie anhand des Gleichungssystems aus Aufgabenteil 2, dass im Raumteil hinter der Platte immer eine Welle existiert, wenn nicht $Z_2 = 0$ gilt. Für welches Material gilt dagegen $Z_2 = 0$?

Nr.	Punkte

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

Eine Welle trifft aus dem Halbraum 1 unter dem Winkel Φ_e zur Flächennormalen $\vec{e}_y$ auf die Grenzfläche zum Halbraum 2.



Es gelte

$$\underline{\vec{E}}_e(\vec{r}) = (\underline{E}_{e,x}\vec{e}_x + \underline{E}_{e,y}\vec{e}_y + \underline{E}_{e,z}\vec{e}_z)e^{-j\beta_1\vec{n}_e\cdot\vec{r}} \qquad |\underline{E}_{e,z}| > 0.$$

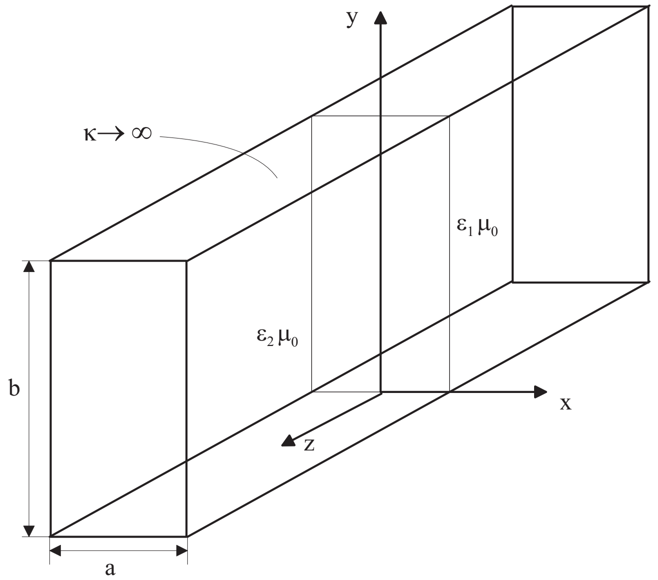
1. In welchem Verhältnis müssen die Amplituden $\underline{E}_{e,x}$ und $\underline{E}_{e,y}$ stehen?
2. Es gelte $\Phi_e = 45°$. Welche Gleichungen müssen die Amplituden erfüllen, wenn die ebene Welle (a) linear, (b) zirkular und (c) elliptisch bezüglich der Ausbreitungsrichtung polarisiert sein soll?
3. Stellen Sie alle Gleichungen für die Randbedingungen der ebenen Welle bei $y = 0$ (für beliebige Φ_e) auf. Wie lauten Amplituden– und Phasenbedingungen? Vereinfachen Sie die Gleichungen der Randbedingungen soweit, dass keine Amplituden mehr darin auftreten!
4. (a) Leiten Sie aus Ihrem vorigen Ergebnis das Brechungsgesetz ab.
   (b) In welchen Fällen tritt Totalreflektion auf? Was gilt hierbei für Φ_t?
5. Die Lösungen der Gleichungen bezüglich der Reflektionsfaktoren lauten

$$\underline{r}_p = \frac{Z_2\ \cos\Phi_t - Z_1\ \cos\Phi_e}{Z_2\ \cos\Phi_t + Z_1\ \cos\Phi_e} \qquad \underline{r}_s = \frac{Z_2\ \cos\Phi_e - Z_1\ \cos\Phi_t}{Z_2\ \cos\Phi_e + Z_1\ \cos\Phi_t}.$$

   Zeigen Sie, welcher der beiden Reflektionsfaktoren beim Brewsterwinkel bei dieser Anordnung verschwindet. Was bedeutet dies für die Polarisation des dennoch reflektierten Anteils einer zirkular polarisierten Gesamtwelle ?

Nr.	Punkte

Gegeben ist ein rechteckförmiger Hohlleiter mit ideal leitender Berandung , s. Skizze. Der Raum $z < 0$ des Hohlleiters ist mit einem Material der Permittivität ε_1 gefüllt, der Raum $z > 0$ ist mit einem Material der Permittivität ε_2 gefüllt. Die Permeabilität der gesamten Anordnung sei μ_0.



Abmessungen Hohlleiter:

- in x-Richtung:
  $-a/2 < x < a/2$
- in y-Richtung:
  $0 < y < b$ mit $b = 2 \cdot a$

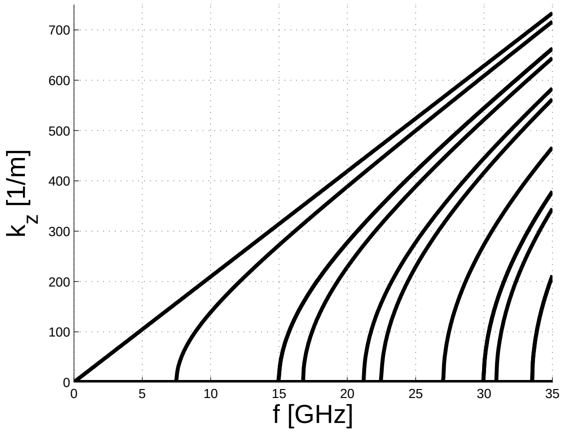
Zunächst gilt im gesamten Raum innerhalb des Hohlleiters $\varepsilon_1 = \varepsilon_2$.

1. Bestimmen Sie das Dispersionsdiagramm (A-D) für den oben skizzierten Hohlleiter aus den nachfolgenden Diagrammen, siehe nächste Seite (Keine Mehrfachauswahl!). Begründen Sie kurz Ihre Wahl.
2. Wie lautet die Dispersionsgleichung für den oben dargestellten Hohlleiter.
3. Bestimmen Sie den Grundmode und geben Sie den Frequenzbereich an, bei dem nur der Grundmode ausbreitungsfähig ist. Kennzeichnen Sie diesen Bereich im ausgewählten Dispersionsdiagramm.
4. Bestimmen Sie die ersten entarteten Moden des Hohlleiters (Mit Begründung).
5. Nun wird der Frequenzbereich so gewählt, dass die Moden TE_{10} und TE_{01} ausbreitungsfähig sind. Wählen Sie einen geeigneten Vektorpotentialansatz und bestimmen Sie daraus die elektrischen und magnetischen Feldgrößen der beiden Moden so, dass sich die Moden in positiver z-Richtung ausbreiten.
6. Bestimmen Sie den gesamten Leistungsfluss durch eine beliebige Fläche $z =$ konstant. Hierbei sind nur die beiden Moden TE_{10} und TE_{01} zu berücksichtigen.

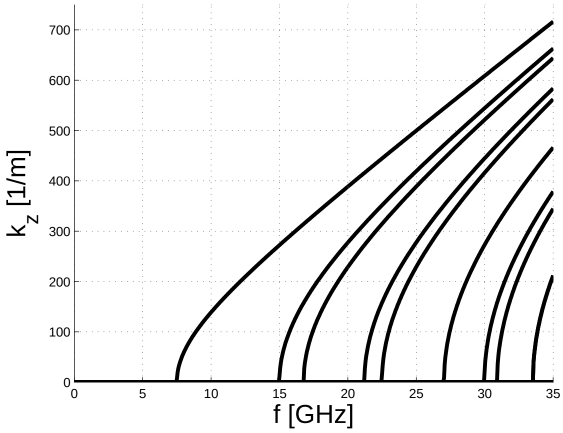
Nun wird der Bereich $z > 0$ mit einem Material der Permittivität ε_2 gefüllt.

7. Bestimmen Sie ε_2 so, dass nun nur der Grundmode im Raum $z > 0$ des Hohlleiters ausbreitungsfähig ist.

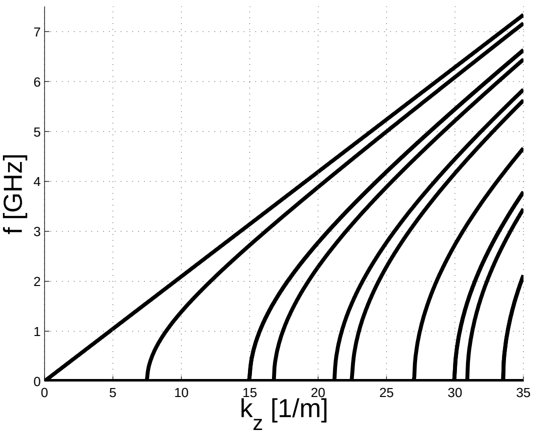
A)



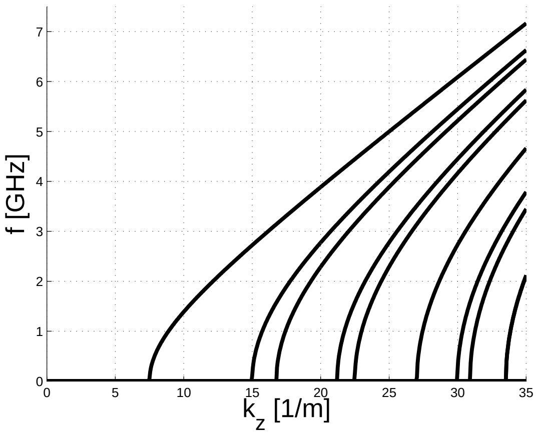
B)



C)

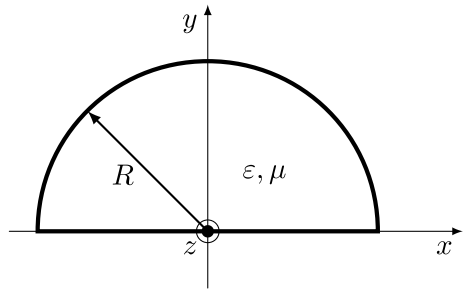


D)



Nr.	Punkte

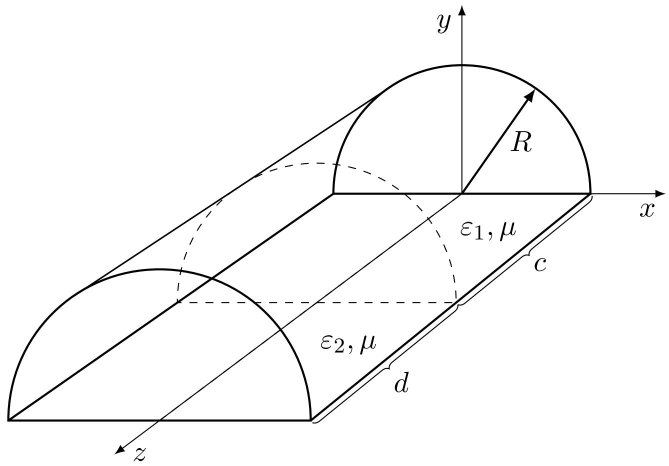
Gegeben sei ein idealer Hohlleiter mit dem abgebildeten Querschnitt in Form eines Halbkreises.



1. Bestimmen Sie die Feldgrößen und die Cut-Off-Frequenz des Grundmodes (erster TE-Mode). Skizzieren Sie qualitativ die elektrischen Feldlinien in der Querschnittsebene.

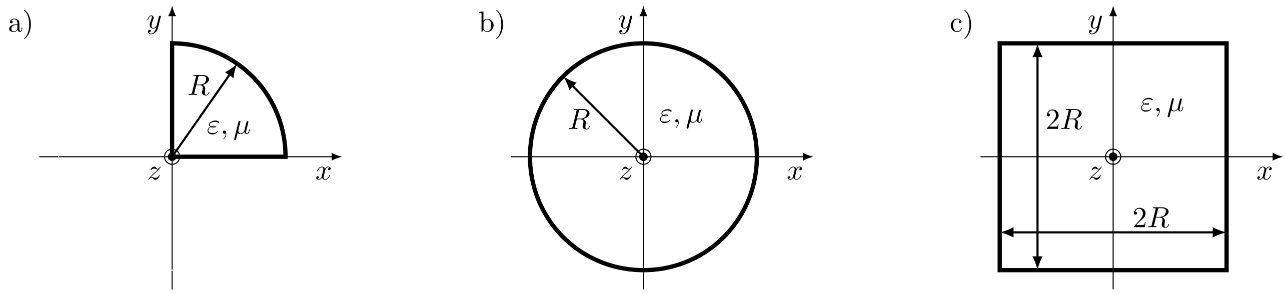
Hinweis: Formelsammlung im Anhang beachten!

Aus zwei Abschnitten eines solchen Wellenleiters wird ein Resonator gebaut. Der Resonator ist an seinen Enden bei $z = 0$ und $z = c + d$ ideal leitend abgeschlossen. Der Raum $0 < z < c$ ist mit Material der Permittivität ε_1 gefüllt und der Raum $c < z < d$ mit Material der Permittivität ε_2. Die Permeabilität ist im gesamten Raum gleich μ.



2. Ermitteln Sie die Eigenwertgleichung zur Bestimmung der Resonanzfrequenzen des Resonators.

Nehmen Sie an, anstelle des Halbkreishohlleiters werden die unten abgebildeten Hohlleiter a), b) oder c) verwendet, um den Resonator zu bauen.



3. Geben Sie jeweils qualitativ an, wie sich die Felder und die Cut-Off-Frequenz des Grundmodes ändern. Haben diese Änderungen Einfluss auf die Eigenwertgleichung und auf deren Lösungen, den Resonanzfrequenzen?

Nr.	Punkte

Theoretische Elektrotechnik
Universität Paderborn
Prof. Dr.–Ing. R. Schuhmann

- Vektoranalytische Formeln in Zylinderkoordinaten:

$$\begin{aligned}
\operatorname{grad}\Phi &= \vec{e}_\varrho \frac{\partial\Phi}{\partial\varrho} + \vec{e}_\varphi \frac{1}{\varrho}\frac{\partial\Phi}{\partial\varphi} + \vec{e}_z \frac{\partial\Phi}{\partial z} \\
\operatorname{div}\vec{A} &= \frac{1}{\varrho}\frac{\partial(\varrho A_\varrho)}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial A_\varphi}{\partial\varphi} + \frac{\partial A_z}{\partial z} \\
\operatorname{rot}\vec{A} &= \vec{e}_\varrho\left(\frac{1}{\varrho}\frac{\partial A_z}{\partial\varphi} - \frac{\partial A_\varphi}{\partial z}\right) + \vec{e}_\varphi\left(\frac{\partial A_\varrho}{\partial z} - \frac{\partial A_z}{\partial\varrho}\right) + \frac{\vec{e}_z}{\varrho}\left(\frac{\partial(\varrho A_\varphi)}{\partial\varrho} - \frac{\partial A_\varrho}{\partial\varphi}\right) \\
\Delta V &= \frac{\partial^2 V}{\partial\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial V}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 V}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2 V}{\partial z^2}
\end{aligned}$$

- Skalare Wellendifferentialgleichung in Zylinderkoordinaten:

$$\frac{\partial^2 A_z}{\partial\varrho^2} + \frac{1}{\varrho}\frac{\partial A_z}{\partial\varrho} + \frac{1}{\varrho^2}\frac{\partial^2 A_z}{\partial\varphi^2} + \frac{\partial^2 A_z}{\partial z^2} + k^2 A_z = 0$$

Lösung mit Hilfe eines Separationsansatzes:

$$A_z(\varrho,\varphi,z) = f(\varrho)g(\varphi)h(z)$$

$$f(\varrho) = \begin{cases} \begin{Bmatrix} J_m(K\varrho) \\ N_m(K\varrho) \end{Bmatrix} & K \neq 0, m \geq 0 \\ \begin{Bmatrix} \varrho^m \\ \varrho^{-m} \end{Bmatrix} & K = 0, m \neq 0\,, \quad g(\varphi) = \begin{Bmatrix} \sin(m\varphi) \\ \cos(m\varphi) \end{Bmatrix}, \quad h(z) = C\,e^{\mp jk_z z} \\ \begin{Bmatrix} \ln\varrho \\ 1 \end{Bmatrix} & K = 0, m = 0 \end{cases}$$

- Nullstellen der Besselfunktionen J_m und deren Ableitungen J'_m:

	j_{mn}	n = 1	2	3
	0	2.405	5.520	8.654
m	1	3.832	7.016	10.173
	2	5.136	8.417	11.620
	3	6.380	9.761	13.015

	j'_{mn}	n = 1	2	3
	0	3.832	7.016	10.173
m	1	1.841	5.331	8.536
	2	3.054	6.706	9.969
	3	4.201	8.015	11.346