

UNIVERSITÄT PADERBORN

Fakultät EIM

Institut für Elektrotechnik und Informationstechnik

Fachgebiet Theoretische Elektrotechnik

Prof. Dr.-Ing. R. Schuhmann

Klausur Theoretische Elektrotechnik A

04. März 2009

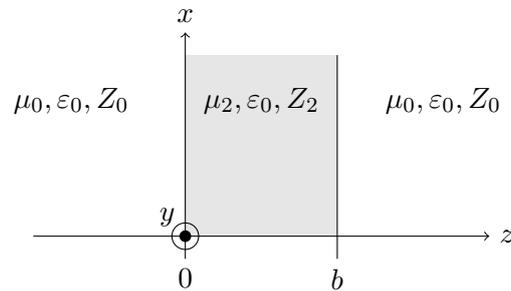
Name:

Vorname:

Matrikel-Nr.:

Prüfungsnr.:

Aufgabe	1	2	3	4	HÜ	Summe
Punkte						



Eine TEM-Welle mit  $\vec{E}_0(z) = E_0 e^{-jkz} \vec{e}_y$  fällt senkrecht auf eine unendlich ausgedehnte, dielektrische Platte. Die Platte ( $\epsilon_0$ ,  $\mu_2 \neq \mu_0$  und  $\kappa = 0$ ) der Breite  $b$  ist auf beiden Seiten mit Vakuum umgeben.

1. Geben Sie den Feldwellenwiderstand  $Z_2$  sowie die Wellenzahl  $k_2$  im Inneren der Platte in Abhängigkeit von  $\mu_2$  an. Welche physikalischen Einheiten haben  $\mu_r$  und  $\mu_0$ ?
2. Geben Sie für alle Raumteile einen Ansatz für die elektrische wie auch magnetische Feldstärke an. Leiten sie aus den Stetigkeitsbedingungen ein Gleichungssystem für die Reflexions- und Transmissionsfaktoren ab (ohne Auswertung des Gleichungssystems).
3. Leiten Sie aus dem Gleichungssystem eine Bedingung für  $k_2$  im Inneren der Platte her, sodass im Raum vor der Platte keine reflektierte Welle existiert (Rechnung!).

**Hinweis:** Verwenden Sie abkürzend  $R = \frac{Z_0 - Z_2}{Z_0 + Z_2}$ .

4. Bestimmen Sie aus der oben gefundenen Bedingung die Breite der Platte in Abhängigkeit von der Wellenlänge  $b(\lambda_2)$  so, dass die Anordnung immer reflexionsfrei ist.

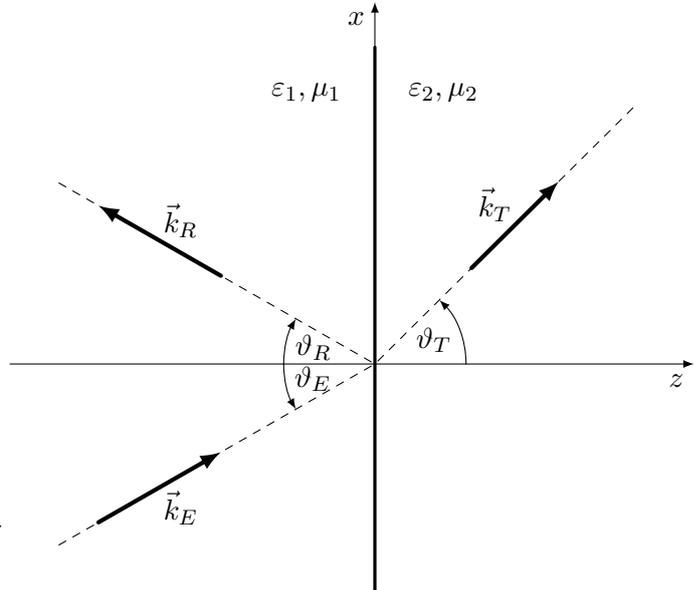
Nr.	Punkte

Betrachtet wird der schräge Einfall einer ebenen Welle auf einen Halbraum mit unterschiedlichen Materialeigenschaften. Der gesamte Raum sei nichtleitend.

Das magnetische Feld sei bekannt. Es gilt:

$$\begin{aligned}\vec{H}_E &= \vec{e}_y H_0 e^{-j\vec{k}_E \cdot \vec{r}}, \\ \vec{H}_R &= \vec{e}_y r H_0 e^{-j\vec{k}_R \cdot \vec{r}}, \\ \vec{H}_T &= \vec{e}_y t H_0 e^{-j\vec{k}_T \cdot \vec{r}}, \\ r &= \frac{\cos \vartheta_E - \frac{Z_2}{Z_1} \cos \vartheta_T}{\cos \vartheta_E + \frac{Z_2}{Z_1} \cos \vartheta_T}, \\ t &= \frac{2 \cos \vartheta_E}{\cos \vartheta_E + \frac{Z_2}{Z_1} \cos \vartheta_T}, \\ Z_1 &= \sqrt{\frac{\mu_1}{\varepsilon_1}}, \quad Z_2 = \sqrt{\frac{\mu_2}{\varepsilon_2}}\end{aligned}$$

Darin kennzeichnen die Indices  $E, R$  und  $T$  die einfallende, reflektierte und transmittierte Welle.



1. Welche Randbedingungen müssen in  $z = 0$  erfüllt sein? Leiten Sie aus einer der Randbedingungen das Brechungsgesetz von Snellius ab.
2. Geben Sie die elektrische Feldstärke der Teilwellen an.
3. Berechnen Sie den komplexen Poyntingschen Vektor im gesamten Raum (Annahme:  $\vartheta_T < \pi/2$ ).

Der linke Halbraum besitzt nun die Materialeigenschaften

$$\varepsilon_1 = 4\varepsilon_0 \quad \text{und} \quad \mu_1 = \mu_0.$$

Im rechten Halbraum sollen vier Fälle (a-d) unterschieden werden. Der Einfallswinkel sei gleich  $\vartheta_E = \pi/6$ .

- (a)  $\varepsilon_2 = 2\varepsilon_0, \mu_2 = \mu_0,$
- (c)  $\varepsilon_2 = 4\varepsilon_0, \mu_2 = 4\mu_0,$
- (b)  $\varepsilon_2 = \varepsilon_0, \mu_2 = \mu_0,$
- (d)  $\varepsilon_2 \rightarrow \infty, \mu_2 = \mu_0.$

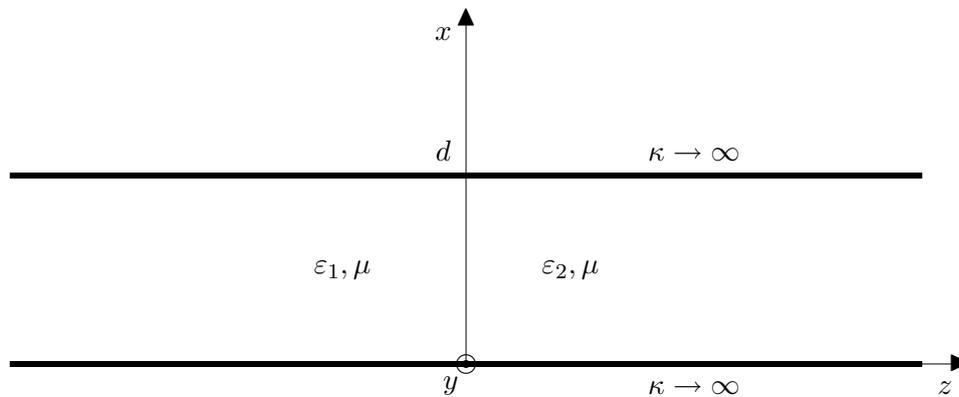
4 Welcher Parametersatz (a,b,c oder d) gehört zu den in der obigen Abbildung skizzierten Wellenvektoren? Ergänzen Sie in der obigen Abbildung jeweils den Wellenvektor der transmittierten Welle für die restlichen Parametersätze. Begründen Sie ihre Wahl durch eine kurze Rechnung.  
**Hinweis:**  $\sin(\pi/6) = 0.5$

5 Beschreiben Sie für alle Parametersätze jeweils in Worten den Gesamtleistungsfluss im zeitlichen Mittel in beiden Raumteilen. Beantworten Sie dazu die folgenden Fragestellungen jeweils getrennt für die  $x$ - und  $z$ -Richtung:

- Findet ein Leistungstransport statt?
- Bildet sich eine stehende Welle aus?

6 Nehmen Sie an, der Einfallswinkel  $\vartheta_E$  ist frei wählbar. Bei welchen Parametersätzen kann der Fall  $r = 0$  eintreten? Wie heißt der zugehörige Winkel  $\vartheta_E$ .

Nr.	Punkte



Gegeben ist eine Bandleitung bestehend aus zwei ideal leitenden Platten ( $\kappa \rightarrow \infty$ ) mit dem Abstand  $d$ , die in  $y$ - und  $z$ -Richtung unendlich ausgedehnt sind. Die Permittivität innerhalb der Bandleitung beträgt  $\varepsilon_1$  in  $z < 0$  und  $\varepsilon_2$  in  $z > 0$ . Die Permeabilität beträgt  $\mu$ . Diese Bandleitung wird genutzt, um eine Welle mit der Frequenz  $f$  in positiver  $z$ -Richtung zu übertragen. Es bestehe keine  $y$ -Abhängigkeit der Felder ( $\frac{\partial}{\partial y} = 0$ ).

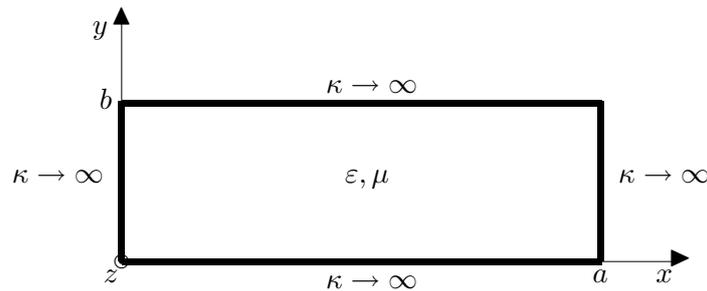
Zunächst wird eine Bandleitung mit konstanter Permittivität  $\varepsilon_1 = \varepsilon_2 = \varepsilon$  betrachtet.

1. Geben Sie die Dispersionsgleichung für den  $TE_{10}$ -Mode an.
2. Bestimmen Sie die Cutoff-Frequenz, die Gruppen- und Phasengeschwindigkeit des  $TE_{10}$ -Modes.
3. Wie lautet das elektrische Feld des TEM-Modes? (Sie können es berechnen oder direkt angeben).
4. Bestimmen Sie die maximale Breite  $d_{\max}$ , bei der die Bandleitung nur einen Mode führen kann.

Nun ist  $\varepsilon_2 > \varepsilon_1$ . Im Bereich  $z < 0$  wird der TEM-Mode mit einer Frequenz  $f$  und der Amplitude  $E_0$  angeregt. Die Welle breitet sich weiterhin in positiver  $z$ -Richtung aus.

5. Ist der TEM-Mode im Bereich  $z > 0$  ausbreitungsfähig? Begründen Sie kurz Ihre Antwort.
6. Bestimmen Sie das Feld in beiden Teilräumen.

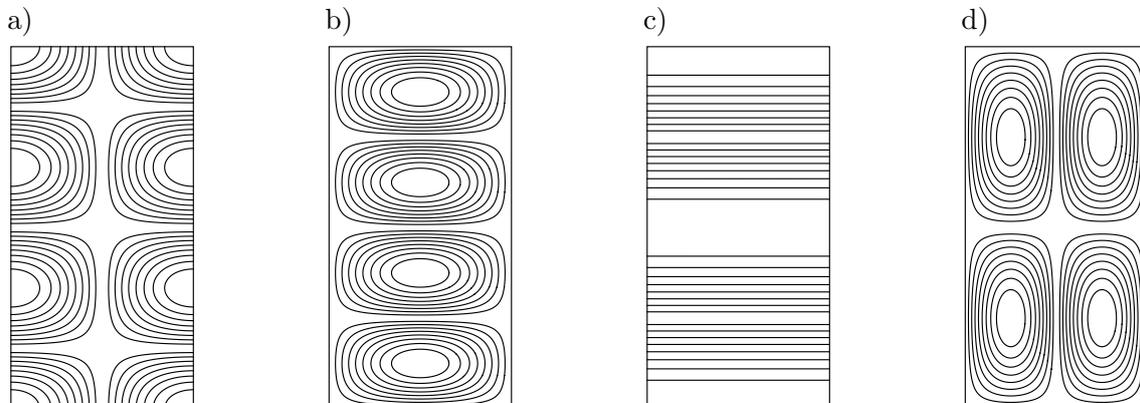
Nr.	Punkte



Gegeben ist ein Rechteck-Hohlleiter mit ideal leitenden Wänden ( $\kappa \rightarrow \infty$ ), der in  $z$ -Richtung unendlich ausgedehnt ist. Das Innere des Hohlleiters ist mit einem nicht leitenden Material  $\varepsilon, \mu$  gefüllt. Die Querschnittsabmessungen betragen, wie in der Zeichnung dargestellt,  $a \times b$ , wobei  $a = 3b$  gilt.

1. Geben Sie die Dispersionsgleichung für den  $TE_{mn}$ -Mode an.
2. Leiten Sie das elektrische Feld des  $TE_{20}$ -Modes aus der Helmholtz-Wellengleichung für das Vektorpotential her.
3. Welcher ist der Grundmode des Wellenleiters?
4. Bestimmen Sie die Ausbreitungskonstante  $k_z$ , die Phasen- und Gruppengeschwindigkeit des Grundmodes bei Anregung mit der Frequenz  $f$ .
5. Welche TE-Moden können bei einer Frequenz  $f$ , die knapp unter der Cutoff-Frequenz des  $TE_{11}$ -Modes liegt, angeregt werden?
6. Geben Sie die Bezeichnungen der in den nachfolgenden Feldbildern dargestellten Moden eines Rechteck-Hohlleiters an.

**Hinweis:** Welche Feldlinien (die des elektrischen oder magnetischen Feldes) sind dargestellt?



Nr.	Punkte