

2. Klausur im Fach
„Thermodynamik I“, SS 09
am 02.09.2009

Aufgabe 1	Aufgabe 2	Aufgabe 3	Aufgabe 4	Gesamt

Name:

Matrikelnummer:

Studiengang:

1. Der Klausurumfang beträgt inklusive diesem Deckblatt und Formelsammlung 3 Blätter (6 Seiten).
2. Tragen Sie auf dem Deckblatt Ihren Namen und Ihre Matrikelnummer ein.
3. Es sind nur Fragen zum Verständnis des Aufgabentextes zulässig. Fragen zur Lösung der Aufgaben werden **nicht** beantwortet.
4. Die Dauer der Prüfung beträgt 120 Minuten.
5. Zum Bestehen werden im Theorieteil (Aufgabe 1) mindestens 10 Punkte sowie insgesamt mindestens 40 Punkte benötigt (Für Studierende des Maschinenbaus nach alten Prüfungsordnungen gelten gesonderte Regeln).
6. Ihr Schreibpapier wird Ihnen gestellt. **Eigenes Papier darf nicht verwendet werden.**
7. Zugelassene Hilfsmittel: Nichtprogrammierbare Taschenrechner, h,s -Diagramm. **Bitte schalten Sie Ihre Mobiltelefone aus und nehmen Sie sie vom Arbeitsplatz.**
8. Mit Bleistiften oder in roter Farbe angefertigte Texte und Grafiken werden nicht gewertet.
9. Geben Sie die von Ihnen beschriebenen Blätter einschließlich der Aufgaben- und „Schmier“-blätter sofort nach der Klausur ab, später abgegebene Blätter werden nicht berücksichtigt.
10. Die Zahlenwerte in den Quereinstiegen entsprechen nicht den exakten Ergebnissen.
11. Es können (fast) alle Teilaufgaben unabhängig voneinander gelöst werden.
12. Treffen Sie gegebenenfalls plausible Annahmen um auch ohne Zwischenergebnisse weiterrechnen zu können.

Formelsammlung

Molmassen

$$M_{H_2} = 2 \text{ kg/kmol} \quad M_{N_2} = 28 \text{ kg/kmol} \quad M_{O_2} = 32 \text{ kg/kmol} \quad M_C = 12 \text{ kg/kmol}$$

Energie und der erste Hauptsatz der Thermodynamik

Energiebilanzgleichung für geschlossene Systeme:

$$\frac{d(U + KE + PE)}{d\tau} = \dot{Q} + \dot{W} \quad (1)$$

Definition der Enthalpie:

$$H := U + pV \quad (2)$$

Energiebilanzgleichung für offene Systeme:

$$\frac{d(U + KE + PE)}{d\tau} = \dot{Q} + \dot{W} + \sum_{\text{ein}} \dot{m}_{\text{ein}}(h + ke + pe)_{\text{ein}} - \sum_{\text{aus}} \dot{m}_{\text{aus}}(h + ke + pe)_{\text{aus}} \quad (3)$$

Volumenänderungsarbeit und Arbeit in Fließprozessen:

$$W_V = - \int p dV \quad \text{und} \quad W_t = W_R + \int V dp + \Delta KE + \Delta PE \quad (4)$$

Eigenschaften idealer Gase

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase:

$$pV = m \frac{\bar{R}}{M} T \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad \bar{R} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{molK}} \quad (5)$$

Kalorische Zustandsgleichungen für ideale Gase:

$$du = c_v dT \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad c_v := \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (6)$$

$$dh = c_p dT \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad c_p := \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (7)$$

Verhältnis der Wärmekapazitäten / Isentropenexponent idealer Gase:

$$c_p - c_v = \frac{\bar{R}}{M} \quad (\text{id. Gase}) \quad \kappa := \frac{c_p}{c_v} \quad (8)$$

Quasistatische Zustandsänderungen in homogenen Systemen

Isentrope Zustandsänderung / Isentropenexponent:

$$pv^k = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad k := -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad (9)$$

$$T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.} \quad (\text{id. Gase}) \quad T \cdot p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{konst.} \quad (\text{id. Gase}) \quad (10)$$

Polytrope Zustandsänderung / Polytropenexponent:

$$pv^n = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad n := -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_{\text{pol}} \quad (11)$$

Entropie und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik

Entropiebilanzgleichung für geschlossene Systeme:

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{gen} \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (12)$$

Entropiebilanzgleichung für offene Systeme:

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_{ein} (\dot{m}s)_{ein} - \sum_{aus} (\dot{m}s)_{aus} + \dot{S}_{gen} \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (13)$$

Entropie reiner idealer Gase:

$$ds = \frac{c_V dT}{T} + \frac{\bar{R}}{M} \frac{dv}{v} = \frac{c_p dT}{T} - \frac{\bar{R}}{M} \frac{dp}{p} \quad (\text{id. Gase}) \quad (14)$$

Exergie

Exergie eines Systems:

$$E_{Sys} = E_{Sys}^{PH} + E^{KN} + E^{PT} + E^{CH} \quad (15)$$

$$E_{Sys} = m [(u - u_0) + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0)] + \frac{mc^2}{2} + mgz + E^{CH} \quad (16)$$

Exergie eines Stoffstromes:

$$\dot{E} = \dot{E}^{PH} + \dot{E}^{KN} + \dot{E}^{PT} + \dot{E}^{CH} \quad (17)$$

$$\dot{E} = \dot{m} [(h - h_0) - T_0(s - s_0)] + \frac{\dot{m}c^2}{2} + \dot{m}gz + \dot{E}^{CH} \quad (18)$$

Zusammenhang zwischen Entropieerzeugung und Exergievernichtung:

$$E_D = T_0 \cdot S_{gen} \quad (19)$$

Exergietransport verbunden mit Energietransport in Form von Wärme und Arbeit:

$$\dot{E}_{q,j} := \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j \quad \text{und} \quad \dot{E}_w := \dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau} \quad (20)$$

Exergiebilanz für geschlossene Systeme:

$$\frac{dE_{Sys}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j + \left(\dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau}\right) - \dot{E}_D \quad (21)$$

Exergiebilanz für offene Systeme:

$$\frac{dE_{Sys}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j + \left(\dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau}\right) + \sum_{ein} (\dot{m}e)_{ein} - \sum_{aus} (\dot{m}e)_{aus} - \dot{E}_D \quad (22)$$

Reale Reinstoffe

Dampfgehalt:

$$x := \frac{m''}{m_{ges}} = \frac{m''}{m'' + m'} \quad \text{mit } ' : \text{ flüssige Phase} \quad \text{und } '' : \text{ dampfförmige Phase} \quad (23)$$

Zustandsgrößen im Nassdampfgebiet:

$$z = z' + x(z'' - z') = (1 - x)z' + xz'' \quad \text{mit } z = v, u, h, s, \dots \quad (24)$$

Kalorische Zustandsgleichungen reiner realer Stoffe:

$$du = c_v(T, p) dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv \quad (25)$$

$$dh = c_p(T, p) dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp \quad (26)$$

$$ds = \frac{c_p(T, p)}{T} dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp \quad (27)$$

Thermische Zustandsgleichung für inkompressible Fluide:

$$v = v_0 = \text{konst.} \quad (\text{inkompressibel}). \quad (28)$$

Kalorische Zustandsgleichungen für inkompressible Fluide:

$$c_p(T) = c_v(T) = c(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (29)$$

$$u(T, p) = \int_{T_0}^T c(T) dT + u_0 = u(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (30)$$

$$h(T, p) = \int_{T_0}^T c(T) dT + v_0(p - p_0) + h_0 \quad (\text{inkompressibel}) \quad (31)$$

$$s(T, p) = \int_{T_0}^T \frac{c(T)}{T} dT + s_0 = s(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (32)$$

Mischungen

Massenanteil / Stoffmengenanteil / Partialdruck:

$$\xi_i := \frac{m_i}{m} \quad y_i := \frac{n_i}{n} \quad p_i := y_i p \quad (33)$$

Thermische Zustandsgleichung einer Mischung idealer Gase:

$$pV = n\bar{R}T = mRT \quad (\text{id. Gase}) \quad (34)$$

$$\text{mit } M = \sum_i M_i y_i \quad \text{oder} \quad \frac{1}{M} = \sum_i \frac{\xi_i}{M_i} \quad \text{und} \quad R = \sum_i \xi_i R_i = \bar{R}/M \quad (35)$$

Kalorische Zustandsgrößen einer Mischung idealer Gase:

$$U(T) = \sum_i m_i u_i(T) \quad (\text{id. Gase}) \quad H(T) = \sum_i m_i h_i(T) \quad (\text{id. Gase}) \quad (36)$$

$$S(T, p) = \sum_i m_i s_i(T, p) - \sum_i m_i R_i \ln y_i \quad (\text{id. Gase}) \quad (37)$$

Relative Feuchte und Wassergehalt (feuchte Luft):

$$\varphi := \frac{p_{Wd}}{p_{W,s}(T)} \quad x := \frac{m_W}{m_L} \quad x = \frac{M_W}{M_L} \cdot \frac{p_{W,s}(T)}{(p/\varphi) - p_{W,s}(T)} \quad (38)$$

Spezifisches Volumen und spezifische Enthalpie feuchter Luft:

$$v_{1+x} := \frac{V}{m_L} \quad h_{1+x} := \frac{H}{m_L} = h_L + xh_W \quad (39)$$

Stoffwerte für die Berechnung der Enthalpie feuchter Luft:

Wärmekapazität von Luft	$c_{p,L}$	1,004	$kJ/(kgK)$
Wärmekapazität von Wasser			
- dampfförmig	$c_{p,Wd}$	1,86	$kJ/(kgK)$
- flüssig	c_{Wfl}	4,19	$kJ/(kgK)$
- fest	c_{Wf}	2,05	$kJ/(kgK)$
Verdampfungsenthalpie von Wasser bei $t = 0^\circ C$	$r_0(0^\circ C)$	2500	kJ/kg
Schmelzenthalpie von Wasser bei $t = 0^\circ C$	$r_{f,0}(0^\circ C)$	333	kJ/kg

Enthalpie ungesättigter feuchter Luft:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x(r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) \quad (40)$$

Enthalpie von flüssigem Wasser:

$$h_{Wfl}(t) = c_{Wfl} \cdot t \quad (41)$$

Enthalpie gesättigter feuchter Luft mit flüssigem Wasser:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s(r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) + (x - x_s)c_{Wfl} \cdot t \quad (42)$$

Enthalpie gesättigter feuchter Luft mit festem Wasser:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s(r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) + (x - x_s)(c_{Wf} \cdot t - r_{f,0}) \quad (43)$$

Sättigungszustand (siedende Flüssigkeit und gesättigter Dampf)

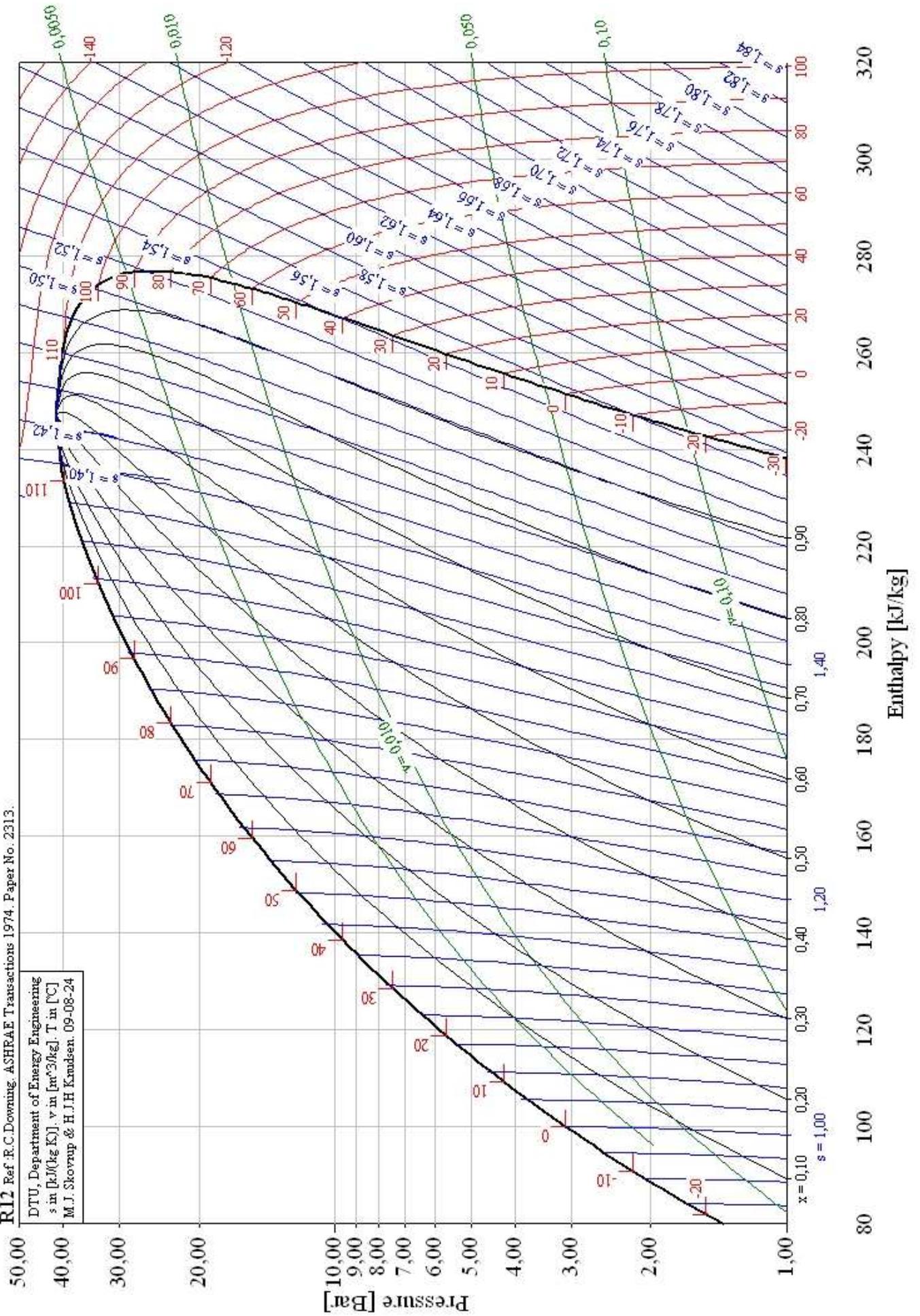
Wasser, Sättigungszustand, Drucktafel

p bar	t $^\circ C$	T K	v' $\frac{m^3}{kg}$	v'' $\frac{m^3}{kg}$	h' $\frac{kJ}{kg}$	h'' $\frac{kJ}{kg}$	s' $\frac{kJ}{kgK}$	s'' $\frac{kJ}{kgK}$
0,4	75,89	349,04	0,0010266	3,994	317,46	2635,7	1,0255	7,6667
0,6	85,95	359,1	0,0010334	2,732	359,73	2652,2	1,1449	7,5280
0,8	93,51	366,66	0,0010389	2,087	391,53	2664,3	1,2324	7,4300
1,0	99,63	372,78	0,0010436	1,694	417,33	2673,8	1,3022	7,3544
1,5	111,37	384,52	0,0010532	1,159	466,95	2691,6	1,4331	7,2177
2,0	120,23	393,38	0,001061	0,8852	504,52	2704,6	1,5295	7,1212
2,5	127,43	400,58	0,0010677	0,7182	535,2	2714,8	1,6066	7,0466
3,0	133,54	406,69	0,0010737	0,6054	561,2	2723,2	1,6711	6,9859
3,5	138,88	412,03	0,0010791	0,5238	584,1	2730,3	1,7267	6,9346
4,0	143,63	416,78	0,0010841	0,4621	604,4	2736,5	1,7757	6,8902

log p,h -Diagramm für das Kältemittel R12

R12 Ref. R.C. Downing, ASHRAE Transactions 1974, Paper No. 2313.

DTU, Department of Energy Engineering
 s in [kJ/(kg K)], v in [m³/kg], T in [°C]
 M.J. Skovrup & H.J.H. Knudsen, 09-08-24



1. Aufgabe: Theoretische Fragen (20 Punkte)

- a) **(2 Punkte)** Weshalb tritt bei der (stationären) Umwandlung von elektrischer Arbeit W_{el} in Wärme Q Exergievernichtung E_D auf? Nutzen Sie für die Erklärung eine Entropiebilanz.
- b) **(4 Punkte)** In vielen Fällen ist die spezifische Enthalpie eines Reinstoffes eine Funktion der Temperatur und des Drucks $\rightarrow h(T,p)$. Wann lässt sich h
- I) nur in Abhängigkeit von T angeben,
 - II) nicht nur in Abhängigkeit von T und p angeben, und warum nicht?
Welche Größe muss zusätzlich bekannt sein?
- c) **(2 Punkte)** Wie hoch wäre der maximale energetische und exergetische Wirkungsgrad (η und ϵ) einer Wärmekraftmaschine, die zwischen zwei Wärmereervoirs mit den Temperaturen $T_1 = 3 K$ (Weltall) und $t_2 = 26,85^\circ C$ arbeitet?
- d) **(2 Punkte)** Kann die physikalische Exergie eines Systems negative Zahlenwerte annehmen? Begründen Sie Ihre Antwort ohne die Verwendung von Gleichungen und Diagrammen.
- e) **(1 Punkt)** Geben Sie ein Beispiel, indem Entropieerzeugung S_{gen} in einem abgeschlossenen System auftritt.
- f) **(2 Punkt)** Weshalb ist der Brennwert eines Brennstoffes in der Regel größer als der Heizwert? Welche Eigenschaft muss der Brennstoff haben, damit Brenn- und Heizwert gleich groß sind?
- g) **(2 Punkt)** Wann ist die Mischung zweier Ströme feuchter Luft gleichen Druckes reversibel (umkehrbar)?
- h) **(2 Punkt)** Zeichnen Sie eine isobare ($1 \rightarrow 2a$) und eine isochore ($1 \rightarrow 2b$) Verdampfung von Wasser in ein T,s - Diagramm mit $x_1 = 0$ und $x_{2a} = x_{2b} = 1$.
- i) **(1 Punkt)** Eine Wärmepumpe transportiert Wärme von einem niedrigen Temperaturniveau zu einem Höheren. Weshalb ist dieser Wärmetransport von "kalt" zu "warm" kein Widerspruch zum zweiten Hauptsatz der Thermodynamik?
- j) **(2 Punkt)** Ist Wasser bei $80^\circ C$ zwingend flüssig? Begründen Sie ihre Antwort.

2. Aufgabe: Wärmekraftmaschine (24 Punkte)

Es wird ein Zylinder-Kolben System (Wärmekraftmaschine) als idealer Prozess betrachtet, der aus folgenden Zustandsänderungen besteht:

1 → 2 isotherme Verdichtung

2 → 3 isobare Wärmezufuhr

3 → 4 isentrope Expansion

4 → 1 isochore Wärmeabfuhr

Zustand	T [K]	p [bar]	v [m ³ /kg]
1			
2	400	30	0,0382
3	1568	30	0,15
4			0,5

Annahmen und Angaben:

- Das Arbeitsmedium ist Luft und wird als ideales Gas betrachtet.
- Es handelt sich um ein geschlossenes System.
- Die Verdichtung und Expansion erfolgt reversibel.
- $\bar{R}/M_{Luft} = 0,288 \frac{kJ}{kgK}$, $c_p = 1,008 kJ/(kgK)$, $c_v = 0,72 kJ/(kgK)$

Aufgaben:

- a) (1 Punkt) Unter welcher Bedingung kann eine (reversible) Verdichtung isotherm verlaufen?
- b) (3 Punkte) Zeigen Sie mit Hilfe folgender Fundamentalgleichungen, ob im T,s -Diagramm die Steigung der Isobaren $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_p$, oder die der Isochoren $\left(\frac{\partial T}{\partial s}\right)_v$ größer ist.

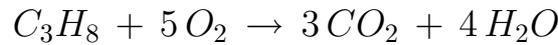
$$c_p dT = T ds + v dp$$

$$c_v dT = T ds - p dv$$

- c) (6 Punkte) Skizzieren Sie den beschriebenen Prozess in einem T,s -Diagramm und einem p,v -Diagramm, nummerieren Sie die Eckpunkte und kennzeichnen Sie im p,v -Diagramm die zugeführte Arbeit und im T,s -Diagramm die zugeführte Wärme als Fläche.
- d) (8 Punkte) Berechnen Sie die fünf fehlenden thermischen Zustandsgrößen aus obiger Tabelle.
- e) (5 Punkte) Bestimmen Sie die zu- oder abgeführte massenspezifische Wärme q_{23} und Arbeit w_{23} .
- f) (1 Punkt) Wie ist der (energetische) Wirkungsgrad dieser Wärmekraftmaschine definiert?

3. Aufgabe: Verbrennung (18 Punkte)

Die Reaktionsgleichung der *stöchiometrischen* Verbrennung von Propan (C_3H_8) mit *Sauerstoff* sieht wie folgt aus:



Annahmen und Angaben:

- Luft ($y_{O_2} = 0,21$, $y_{N_2} = 0,79$) wird als ideales Gas betrachtet.
- Die Verbrennung ist stationär.
- $\dot{n}_{C_3H_8} = 1 \text{ kmol/s}$, $p_{Abgas} = 3,5 \text{ bar}$, $T_{Abgas} = 2000 \text{ K}$

Aufgaben:

- a) (**3 Punkte**) Geben Sie die Reaktionsgleichungen für die Verbrennung von Propan mit **Luft** bei einem Oxidationsverhältnis von $\lambda = 1$ (stöchiometrisch) und bei einem Oxidationsverhältnis von $\lambda = 2$ (überstöchiometrisch) an.
- b) (**3 Punkte**) Bestimmen Sie die Stoffmengenanteile y_i der Produkte im Abgas für die **stöchiometrische** Verbrennung von Propan mit **Sauerstoff**.

Hinweis: Nehmen Sie gegebenenfalls an, dass der Stoffmengenanteil von Wasser $y_{H_2O} = 2/7$ beträgt.

- c) (**2 Punkte**) Bei welcher Temperatur der Abgase (Produkte) würde bei der **stöchiometrischen** Reaktion von Propan mit **Sauerstoff** bei einem Druck von $3,5 \text{ bar}$ der erste Tropfen Wasser auskondensieren?
- d) (**2 Punkte**) Ist die Sättigungstemperatur des Wassers in den Abgasen bei der überstöchiometrischen Verbrennung mit Luft $T_s(\lambda = 2, \text{Luft})$ größer oder kleiner, als die bei der stöchiometrischen Verbrennung mit Sauerstoff $T_s(\lambda = 1, \text{Sauerstoff})$? Begründen Sie Ihre Antwort.
- e) (**8 Punkte**) Berechnen Sie für die **stöchiometrische** Verbrennung von Propan und **Sauerstoff** in einer Brennkammer den Entropiestrom des Abgases \dot{S}_{Abgas} .

In dem Bereich $298,15 \text{ K} < T \leq 3000 \text{ K}$ gilt bei einem Druck von $p_{ref} = 1,0 \text{ bar}$ mit $y = T/10^3$ in den Einheiten $[\text{kJ}/(\text{kmol}\cdot\text{K})]$:

$$\begin{aligned} \bar{s}(T, p_{ref}) &= S^+ + a \ln T + by - \frac{c}{2} y^{-2} + \frac{d}{2} y^2 \\ \bar{s}(T, p) &= \bar{s}(T, p_{ref}) - \bar{R} \ln \frac{p}{p_{ref}} \end{aligned}$$

Stoff ^a	H^+	S^+	a	b	c	d
CO ₂	-413,886	-87,078	51,128	4,368	-1,469	0,000
H ₂ O	-253,871	-11,750	34,376	7,841	-0,423	0,000

^a Zustand gasförmig, wenn nicht mit *solid* (s) oder *liquid* (l) anders gekennzeichnet.

4. Aufgabe: Linkslaufender Kreisprozess (18 Punkte)

Es wird ein Kreisprozess mit dem Kältemittel R 12 betrachtet, der sich aus der Hintereinanderschaltung folgender Prozessschritte ergibt:

1 → 2 Verdichtung

2 → 3 isobare Wärmeabfuhr

3 → 4 isenthalpe Drosselung

4 → 1 isobare Verdampfung

Zustand	T [°C]	h [kJ/kg]	x [-]
1			1
2		300	–
3	70		0
4	–10		

Annahmen und Angaben:

- Änderungen der kinetischen und potenziellen Energien sind zu vernachlässigen
- Es handelt sich um einen stationären Prozess.

Aufgaben:

- a) (6 Punkte) Bestimmen Sie mit Hilfe des $\log p, h$ -Diagramms für R12 die sechs fehlenden Zustandsgrößen in obiger Tabelle.
- b) (3 Punkte) Skizzieren Sie den Kreisprozess in einem h, s -Diagramm (mit Naßdampfgebiet) und nummerieren Sie die Eckpunkte.

Hinweis: Treffen Sie im weiteren Verlauf der Aufgabe gegebenenfalls plausible Annahmen, um weiterrechnen zu können.

- c) (3 Punkte) Wie groß ist der isentrope Wirkungsgrad des Verdichters η_{SV} ?
- d) (4 Punkte) Berechnen Sie die Leistungszahl für den linkslaufenden Kreisprozess für den Fall eines Einsatzes als Kältemaschine.
- e) (2 Punkte) Würde eine isentrope Entspannung bei der Zustandsänderung von Zustand 3 zu 4 die Leistungszahl der Kältemaschine steigern? Begründen Sie Ihre Antwort.