



Klausur im Fach Thermodynamik I

am 29.09.2016

Aufgabe:	Theorie	Ideales Gas	Reale Stoffe	Summe
Punktzahl:	30	20	10	60
Davon erreicht:				

Name: _____

Bachelor

Matrikelnummer: _____

Master

Studiengang: _____

Sonstige

➡ Ich erkläre, dass ich mich prüfungsfähig fühle. (§ 39 (10) AllgStuPO vom 8. Mai 2013)

Datum und Unterschrift: _____

1. Antworten sind in die dafür vorgesehenen Kästchen einzutragen! Nutzen Sie für ihre Nebenrechnungen das Schmierpapier!
2. Die Dauer der Prüfung beträgt 120 Minuten.
3. Zum Bestehen werden im Theorieteil (Aufgabe 1) mindestens 15 Punkte, sowie insgesamt mindestens 30 Punkte benötigt.
4. **Eigenes Papier darf nicht verwendet werden.**
5. Zugelassene Hilfsmittel: Nichtprogrammierbare Taschenrechner, h, s -Diagramm. **Bitte schalten Sie Ihre Mobiltelefone aus und nehmen Sie diese vom Arbeitsplatz.**
6. Es dürfen nur **dokumentenechte Stifte (keine Bleistifte, keine rote Farbe)** zur Anfertigung von Texten und Grafiken verwendet werden, anderenfalls werden diese nicht gewertet.
7. Geben Sie die von Ihnen beschriebenen Blätter einschließlich der Aufgabenblätter sofort nach der Klausur ab, später abgegebene Blätter werden nicht berücksichtigt.
8. Die Zahlenwerte bei eventuellen Quereinstiegen entsprechen nicht den exakten Ergebnissen. Treffen Sie gegebenenfalls plausible Annahmen, um auch ohne Zwischenergebnisse weiterrechnen zu können.
9. Rechenwege müssen **nachvollziehbar** dargestellt werden. Nicht zu wertende Berechnungen oder Diagramme müssen durchgestrichen werden.

Formelsammlung

Molmassen

$$M_{\text{H}_2} = 2 \text{ kg/kmol} \quad M_{\text{N}_2} = 28 \text{ kg/kmol} \quad M_{\text{O}_2} = 32 \text{ kg/kmol} \quad M_{\text{C}} = 12 \text{ kg/kmol}$$

Energie und der erste Hauptsatz der Thermodynamik

Energiebilanzgleichung für geschlossene Systeme:

$$\frac{d(U + KE + PE)}{d\tau} = \dot{Q} + \dot{W} \quad (1)$$

Definition der Enthalpie:

$$H := U + pV \quad (2)$$

Energiebilanzgleichung für offene Systeme:

$$\frac{d(U + KE + PE)}{d\tau} = \dot{Q} + \dot{W} + \sum_{\text{ein}} \dot{m}_{\text{ein}}(h + ke + pe)_{\text{ein}} - \sum_{\text{aus}} \dot{m}_{\text{aus}}(h + ke + pe)_{\text{aus}} \quad (3)$$

Volumenänderungsarbeit und Arbeit in Fließprozessen:

$$W_V = - \int p dV \quad \text{und} \quad W_t = W_R + \int V dp + \Delta KE + \Delta PE \quad (4)$$

Eigenschaften idealer Gase

Thermische Zustandsgleichung idealer Gase:

$$pV = m \frac{\bar{R}}{M} T \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad \bar{R} = 8,314 \frac{\text{J}}{\text{mol K}} \quad (5)$$

Kalorische Zustandsgleichungen für ideale Gase:

$$du = c_v dT \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad c_v := \left(\frac{\partial u}{\partial T} \right)_v \quad (6)$$

$$dh = c_p dT \quad (\text{id. Gase}) \quad \text{mit} \quad c_p := \left(\frac{\partial h}{\partial T} \right)_p \quad (7)$$

Verhältnis der Wärmekapazitäten / Isentropenexponent idealer Gase:

$$c_p - c_v = \frac{\bar{R}}{M} \quad (\text{id. Gase}) \quad \kappa := \frac{c_p}{c_v} \quad (8)$$

Quasistatische Zustandsänderungen in homogenen Systemen

Isentrope Zustandsänderung/Isentropenexponent:

$$pv^k = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad k := -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_s \quad \text{und für ideale Gase:} \quad k = \kappa \quad (9)$$

Isentrope Zustandsänderung idealer Gase:

$$T \cdot v^{\kappa-1} = \text{konst.} \quad (\text{id. Gase}) \quad T \cdot p^{\frac{1-\kappa}{\kappa}} = \text{konst.} \quad (\text{id. Gase}) \quad (10)$$

Polytrope Zustandsänderung/Polytropenexponent:

$$pv^n = \text{konst.} \quad \text{mit} \quad n := -\frac{v}{p} \left(\frac{\partial p}{\partial v} \right)_{\text{pol}} \quad (11)$$

Entropie und der zweite Hauptsatz der Thermodynamik

Entropiebilanzgleichung für geschlossene Systeme:

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \dot{S}_{gen} \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (12)$$

Entropiebilanzgleichung für offene Systeme:

$$\frac{dS}{d\tau} = \sum_j \frac{\dot{Q}_j}{T_j} + \sum_{ein} (\dot{m}s)_{ein} - \sum_{aus} (\dot{m}s)_{aus} + \dot{S}_{gen} \quad \text{mit} \quad \dot{S}_{gen} \geq 0 \quad (13)$$

Entropie reiner idealer Gase:

$$ds = \frac{c_V dT}{T} + \frac{\bar{R}}{M} \frac{dv}{v} = \frac{c_p dT}{T} - \frac{\bar{R}}{M} \frac{dp}{p} \quad (\text{id. Gase}) \quad (14)$$

Exergie

Exergie eines Systems:

$$E_{Sys} = E_{Sys}^{PH} + E^{KN} + E^{PT} + E^{CH} \quad (15)$$

$$E_{Sys} = m [(u - u_0) + p_0(v - v_0) - T_0(s - s_0)] + \frac{mc^2}{2} + mgz + E^{CH} \quad (16)$$

Exergie eines Stoffstromes:

$$\dot{E} = \dot{E}^{PH} + \dot{E}^{KN} + \dot{E}^{PT} + \dot{E}^{CH} \quad (17)$$

$$\dot{E} = \dot{m} [(h - h_0) - T_0(s - s_0)] + \frac{\dot{m}c^2}{2} + \dot{m}gz + \dot{E}^{CH} \quad (18)$$

Zusammenhang zwischen Entropieerzeugung und Exergievernichtung:

$$E_D = T_0 \cdot S_{gen} \quad (19)$$

Exergietransport verbunden mit Energietransport in Form von Wärme und Arbeit:

$$\dot{E}_{q,j} := \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j \quad \text{und} \quad \dot{E}_w := \dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau} \quad (20)$$

Exergiebilanz für geschlossene Systeme:

$$\frac{dE_{Sys}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j + \left(\dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau}\right) - \dot{E}_D \quad (21)$$

Exergiebilanz für offene Systeme:

$$\frac{dE_{Sys}}{d\tau} = \sum_j \left(1 - \frac{T_0}{T_j}\right) \dot{Q}_j + \left(\dot{W} + p_0 \frac{dV}{d\tau}\right) + \sum_{ein} (\dot{m}e)_{ein} - \sum_{aus} (\dot{m}e)_{aus} - \dot{E}_D \quad (22)$$

Reale Reinstoffe

Dampfgehalt:

$$x := \frac{m''}{m_{ges}} = \frac{m''}{m'' + m'} \quad \text{mit } ' : \text{ flüssige Phase} \quad \text{und} \quad '' : \text{ dampfförmige Phase} \quad (23)$$

Zustandsgrößen im Nassdampfgebiet:

$$z = z' + x(z'' - z') = (1 - x)z' + xz'' \quad \text{mit } z = v, u, h, s, \dots \quad (24)$$

Kalorische Zustandsgleichungen reiner realer Stoffe:

$$du = c_v(T, p)dT + \left[T \left(\frac{\partial p}{\partial T} \right)_v - p \right] dv \quad (25)$$

$$dh = c_p(T, p)dT + \left[v - T \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p \right] dp \quad (26)$$

$$ds = \frac{c_p(T, p)}{T}dT - \left(\frac{\partial v}{\partial T} \right)_p dp \quad (27)$$

Thermische Zustandsgleichung für inkompressible Fluide:

$$v = v_{ref} = \text{konst.} \quad (\text{inkompressibel}) \quad (28)$$

Kalorische Zustandsgleichungen für inkompressible Fluide:

$$c_p(T) = c_v(T) = c(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (29)$$

$$u(T, p) = \int_{T_{ref}}^T c(T)dT + u_{ref} = u(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (30)$$

$$h(T, p) = \int_{T_{ref}}^T c(T)dT + v_{ref}(p - p_{ref}) + h_{ref} \quad (\text{inkompressibel}) \quad (31)$$

$$s(T, p) = \int_{T_{ref}}^T \frac{c(T)}{T}dT + s_{ref} = s(T) \quad (\text{inkompressibel}) \quad (32)$$

Mischungen

Massenanteil / Stoffmengenanteil / Partialdruck:

$$\xi_i := \frac{m_i}{m} \quad y_i := \frac{n_i}{n} \quad p_i := y_i p \quad (33)$$

Thermische Zustandsgleichung einer Mischung idealer Gase:

$$pV = n\bar{R}T = mRT \quad (\text{id. Gase}) \quad (34)$$

$$\text{mit } M = \sum_i M_i y_i \quad \text{oder} \quad \frac{1}{M} = \sum_i \frac{\xi_i}{M_i} \quad \text{und} \quad R = \sum_i \xi_i R_i = \bar{R}/M \quad (35)$$

Kalorische Zustandsgrößen einer Mischung idealer Gase:

$$U(T) = \sum_i m_i u_i(T) \quad (\text{id. Gase}) \quad H(T) = \sum_i m_i h_i(T) \quad (\text{id. Gase}) \quad (36)$$

$$S(T, p) = \sum_i m_i s_i(T, p) - \sum_i m_i R_i \ln y_i \quad (\text{id. Gase}) \quad (37)$$

$$= \sum_i n_i \bar{s}_i(T, p) - \bar{R} \sum_i n_i \ln y_i \quad (\text{id. Gase}) \quad (38)$$

Relative Feuchte und Wassergehalt (feuchte Luft):

$$\varphi := \frac{p_{Wd}}{p_{W,s}(T)} \quad x := \frac{m_W}{m_L} \quad x = \frac{M_W}{M_L} \cdot \frac{p_{W,s}(T)}{(p/\varphi) - p_{W,s}(T)} \quad (39)$$

Spezifisches Volumen und spezifische Enthalpie feuchter Luft:

$$v_{1+x} := \frac{V}{m_L} \quad h_{1+x} := \frac{H}{m_L} = h_L + x h_W \quad (40)$$

Stoffwerte für die Berechnung der Enthalpie feuchter Luft:

Wärmekapazität von Luft	$c_{p,L}$	1,004	kJ/(kgK)
Wärmekapazität von Wasser			
– dampfförmig	$c_{p,Wd}$	1,86	kJ/(kgK)
– flüssig	c_{Wfl}	4,19	kJ/(kgK)
– fest	c_{Wf}	2,05	kJ/(kgK)
Verdampfungsenthalpie von Wasser bei $t = 0^\circ\text{C}$	$r_0(0^\circ\text{C})$	2500	kJ/kg
Schmelzenthalpie von Wasser bei $t = 0^\circ\text{C}$	$r_{f,0}(0^\circ\text{C})$	333	kJ/kg

Enthalpie ungesättigter feuchter Luft:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x (r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) \quad (41)$$

Enthalpie von flüssigem Wasser:

$$h_{Wfl}(t) = c_{Wfl} \cdot t \quad (42)$$

Enthalpie gesättigter feuchter Luft mit flüssigem Wasser:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s (r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) + (x - x_s) c_{Wfl} \cdot t \quad (43)$$

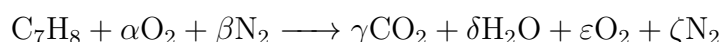
Enthalpie gesättigter feuchter Luft mit festem Wasser:

$$h_{1+x} = c_{p,L} \cdot t + x_s (r_0 + c_{p,Wd} \cdot t) + (x - x_s) (c_{Wf} \cdot t - r_{f,0}) \quad (44)$$

Aufgabe 1: Theorie 30 Punkte

Die Fragen sollen kurz und knapp beantwortet werden. Nutzen Sie gegebenenfalls Gleichungen um Ihre Antworten zu begründen.

- (a) **(2 Punkte)** In einen Mischer treten drei Ströme ein. Diese haben die Massenströme $\dot{m}_1 = 1 \text{ kg/s}$, $\dot{m}_2 = 2 \text{ kg/s}$ und $\dot{m}_3 = 2 \text{ kg/s}$. Am Austritt wird ein Massenstrom $\dot{m}_4 = 4 \text{ kg/s}$ bestimmt. Zeigen Sie, ob das System als stationär oder instationär betrachtet werden muss.
- (b) **(3 Punkte)** In einem geschlossenen System befindet sich ein ideales Gas. Dieses soll von T_I auf T_{II} erwärmt werden. Der Prozess kann entweder isochor oder isobar durchgeführt werden. In welchem Fall ist die zugeführte Wärmemenge Q_{12} größer? Begründen Sie ihre Antwort.
- (c) **(2 Punkte)** Kann sich die Entropie eines adiabaten, geschlossenen Systems verringern? Begründen Sie ihre Antwort.
- (d) **(2 Punkte)** Zwischen zwei Systemen I und II kann stationär Energie in Form von Wärme übertragen werden. Die jeweiligen Systemgrenzen besitzen die Temperaturen T_I und T_{II} . Es gilt $T_{II} > T_I$. In welche Richtung wird die Wärme übertragen? Begründen Sie ihre Antwort.
- (e) **(3 Punkte)** Zeichnen Sie den Verlauf einer adiabat, reversiblen Entspannung für ein ideales Gas (mit konstanter Wärmekapazität) in ein T, s -Diagramm mit den dazugehörigen Isobaren ein. Zeichnen Sie anschließend den Verlauf einer adiabat, irreversiblen Entspannung ein. Definieren Sie abschließend den dazugehörigen isentropen Wirkungsgrad $\eta_{s,T}$.
- (f) **(3 Punkte)** Leiten Sie die maximale Leistungszahl LZ_{WP} einer Wärmepumpe in Abhängigkeit der Temperaturen der beiden Wärmereservoirs her.
- (g) **(1 Punkt)** Kann ein reiner, realer Stoff gleichzeitig fest, flüssig und dampfförmig vorliegen? Begründen Sie ihre Antwort.
- (h) **(3 Punkte)** Zeichnen Sie für Wasser ein h, s -Diagramm mit Nassdampfgebiet und markieren Sie den kritischen Punkt K. Kennzeichnen Sie anschließend die Verdampfungsenthalpie $r = h'' - h'$ im Diagramm. Wie ändert sich die Verdampfungsenthalpie mit steigendem Druck?
- (i) **(3 Punkte)** Toluol (C_7H_8) wird überstöchiometrisch verbrannt. Die Luftzahl λ beträgt 2. Bestimmen Sie die stöchiometrischen Koeffizienten, wenn das Verhältnis von Stickstoff und Sauerstoff im Oxidator (mit Sauerstoff angereicherte Luft) mit $y_{O_x, N_2} / y_{O_x, O_2} = 1$ gegeben ist.



- (j) **(3 Punkte)** Ein Brennstoff soll mit Luft isobar verbrannt werden. Wie ändert sich die adiabate Verbrennungstemperatur mit der Luftzahl λ , wenn Temperatur und Druck der Edukte (Brennstoff und Luft) mit $T = 25^\circ\text{C}$ und $p = 1 \text{ bar}$ konstant sind? Nutzen Sie zur Begründung eventuell eine stationäre Energiebilanz. Die Stoffe sind als ideale Gase zu betrachten.
- (k) **(2 Punkte)** Aus einem Strom übersättigter, feuchter Luft wird das gesamte flüssige Wasser in einem Prozess isobar, isotherm abgeschieden ($1 \rightarrow 2$). Die Temperatur t_1 beträgt 30°C und der Wassergehalt x_1 ist 0,035. Tragen Sie die Zustandsänderung in das h_{1+x}, x -Diagramm ein. Wie groß ist der Wassergehalt x_2 und die relative Feuchte φ_2 im Zustand 2?
- (l) **(3 Punkte)** Zwei ungesättigte Feuchtluftströme 1 und 2 werden isobar im Verhältnis 1:1 miteinander gemischt. Die dazugehörigen Temperaturen $t_1 = 12,5^\circ\text{C}$ und $t_2 = 40^\circ\text{C}$ als auch die Wassergehalte $x_1 = 0,005$ und $x_2 = 0,028$ sind bekannt. Zeichnen Sie den Prozess in ein h_{1+x}, x -Diagramm ein. Wie groß sind die resultierende Temperatur t_M und der Wassergehalt x_M des Mischungsstroms?

Aufgabe 2: Ideales Gas 20 Punkte

Ein offener, stationärer Gasturbinenprozess soll zur Bereitstellung mechanischer Leistung \dot{W}_{net} genutzt werden. Der Prozess setzt sich dabei aus den folgenden Zustandsänderungen zusammen:

- 1 → 2 Adiabate Verdichtung von Umgebungsluft (isentropen Wirkungsgrad $\eta_{s,V}$)
- 2 → 3 Isochore Wärmezufuhr in einer offenen, stationären Einrichtung
- 3 → 4 Adiabate, reversible Entspannung

Anschließend wird das noch heiße Abgas isobar an die Umgebung abgeführt.

Daten und Annahmen:

Zustand	Temperatur T [K]	Druck p [bar]	spez. Exergie e [kJ/kg]
1	298,15	1,00	0,00
2	–	7,90	269,33
3	–	11,40	356,30
4	430,60	1,00	22,86

$\dot{m} = 21,5 \text{ kg/s}$	$\dot{W}_{\text{net}} = -2,849 \text{ MW}$	$T_{\dot{Q},23} = 1600 \text{ K}$	$\eta_{s,V} = 0,8$
$c_p = 1 \text{ kJ/kgK}$	$\kappa = 1,4$	$\bar{R} = 8,314 \text{ kJ/kmolK}$	$M = 28,96 \text{ kg/kmol}$
$T_0 = 298,15 \text{ K}$	$p_0 = 1 \text{ bar}$		

Luft verhält sich wie ein ideales Gas.

Differenzen kinetischer und potentieller Energien können vernachlässigt werden.

Aufgaben:

- (a) **(4 Punkte)** Stellen Sie den Gesamtprozess (1-2-3-4) jeweils in einem p, v und in einem T, s -Diagramm dar. Zeichnen Sie im T, s -Diagramm zusätzlich den Verlauf der verschiedenen Isobaren ein.
- (b) **(2 Punkte)** Bestimmen Sie den Volumenstrom \dot{V}_1 am Verdichtereintritt.
- (c) **(2 Punkte)** Wie groß ist die Verdichteraustrittstemperatur $T_{2,s}$, wenn der Verdichter reversibel arbeitet?
- (d) **(4 Punkte)** Wie groß ist die tatsächliche Austrittstemperatur T_2 , wenn der Verdichter einen isentropen Wirkungsgrad $\eta_{s,V}$ aufweist? Wie groß ist die dazugehörige Verdichterleistung \dot{W}_{12} ?
- (e) **(3 Punkte)** Welcher Wärmestrom \dot{Q}_{23} wird benötigt?

Wenn Sie die vorige Teilaufgabe nicht lösen konnten, so rechnen Sie mit $\dot{Q}_{23} = 7500 \text{ kW}$ weiter.

- (f) **(2 Punkte)** Wie groß ist der energetische Wirkungsgrad η_{ges} des Gesamtprozesses?
- (g) **(3 Punkte)** Bestimmen Sie die Exergievernichtung $\dot{E}_{D,\text{ges}}$ des Gesamtprozesses, wenn die thermodynamische Temperatur der Wärmezufuhr mit $T_{\dot{Q},23}$ gegeben ist. Welche Ursachen sind dafür verantwortlich?

Aufgabe 3: Reale Stoffe 10 Punkte

Für einen Laborversuch wird ein Zylinder-Kolben-System mit Wasserdampf befüllt. Der adiabate Kolben weist einen Durchmesser d_K auf. Der Zylinder ist mit einem Wärmereservoir zum Heizen und Kühlen verbunden, womit die Temperatur des Wasserdampfes eingestellt werden kann. Die Bedingungen im Labor sind mit der Temperatur t_0 und dem Druck p_0 gegeben.

Zu Beginn des Versuchs wird der Zustand des Wassers mit der Temperatur t_1 , dem Druck p_1 und dem spezifischen Volumen v_1 bestimmt. Der Abstand zwischen Zylinderboden und Kolben beträgt z_1 . Während des Versuchs ist der Kolben fest arretiert (blockiert) und es wird die Wärme Q_{12} zugeführt. Im Zustand 2 wird ein Druck p_2 gemessen.

Zum Abschluss des Experiments wird die Arretierung des Kolbens aufgehoben, womit eine Entspannung auf Umgebungsdruck p_0 auftritt. Aufgrund der Geschwindigkeit des Vorgangs ist keine Wärmeübertragung zwischen Zylinder und Wärmereservoir möglich. Die Temperatur des resultierenden Zustands 3 wird mit t_3 bestimmt.

Daten und Annahmen:

Zustand	Temperatur t [°C]	Druck p [bar]	spez. Volumen v [m ³ /kg]
1	200,0	10,0	0,2060
2	–	20,0	–
3	250,0	–	–

$$d_K = 5 \text{ cm} \quad z_1 = 15 \text{ cm} \quad Q_{12} = 1,025 \text{ kJ} \quad t_0 = 25 \text{ °C} \quad p_0 = 1 \text{ bar}$$

Nutzen Sie das beiliegende h, s -Diagramm.

Differenzen kinetischer und potentieller Energien können vernachlässigt werden.

Aufgaben:

- (a) **(1 Punkt)** Skizzieren Sie das System und tragen Sie wichtige Informationen ein. Markieren Sie die von ihnen gewählte Systemgrenze.
- (b) **(2 Punkte)** Bestimmen Sie die Wassermasse m_W im Zylinder.
- (c) **(2 Punkte)** Wie groß ist die Änderung der inneren Energie ΔU_{12} ?
- (d) **(3 Punkte)** Welche Temperatur t_2 stellt sich im Zustand 2 ein?
- (e) **(2 Punkte)** Wie groß ist die Änderung der Entropie Δs_{23} ? Ist der Vorgang reversibel? Begründen Sie ihre Antwort.