Musterlösung zur Klausur
Thermodynamik I – Wintersemester 2015/2016

1. Aufgabe: Theoriefragen (20 Punkte)

a) **(2 Punkte)** Thermisches Gleichgewicht bedeutet gleiche Temperaturen und mechanisches Gleichgewicht bedeutet gleicher Druck. Daher folgt:

- Der 0. Hauptsatz sagt aus, dass wenn ein drittes System mit einem dieser Systeme im Gleichgewicht steht, es sich ebenfalls mit dem anderen im Gleichgewicht befindet.
- $T_{\text{System I}} = T_{\text{System II}}$
- $p_{\text{System I}} = p_{\text{System II}}$

b) **(2 Punkte)** Nein, das ist aufgrund der Definition der Enthalpie nicht möglich:

- $h = u + pv$
- $pv > 0$

c) **(2 Punkte)**

- $LZ = \frac{\dot{Q}_{\text{ab}}}{\dot{W}_{\text{zu}}}$
- Ein Wärmepumpenprozess kann keine Leistungszahl < 1 aufweisen. Eine Ausnahme kann ein extremer Wärmeverlust an die Umgebung sein.

d) **(2 Punkte)** Für ein ideales Gas gilt:

- $pv = RT \longrightarrow p = \frac{R}{v} \cdot T$, die verschiedenen Isochoren sind eine Geradenschar mit unterschiedlichem Anstieg. Je größer das spezifische Volumen, desto kleiner ist der Anstieg.

e) **(2 Punkte)** Für die Darstellung muss beachtet werden:

- es ist ein Nassdampfgebiet vorhanden
- die Kompression muss auf der Taulinie starten und der Prozessschritt 2-3 muss den Kreislauf schließen können
- es handelt sich grob um einen linkslaufenden Prozess, genauer Wärmepumpe

f) **(3 Punkte)** Unter Nutzung der Berechnungsgleichung für die physikalische Exergie eines idealen Gases folgt, dass die Temperatur kleiner als die Umgebungstemperatur sein muss.

- $e = (h - h_0) - T_0\,(s - s_0) \xrightarrow{\text{Annahmen}} e = c_p\,(T - T_0) - T_0\left(c_p \ln\left(\frac{T}{T_0}\right)\right)$
- $\frac{\mathrm{d}e}{\mathrm{d}T} \overset{!}{<} 0 \longrightarrow c_p\left(1 - \frac{T_0}{T}\right) < 0 \longrightarrow T < T_0$
- Alternativ: die Darstellung im e^{ph}, T-Diagramm

g) **(3 Punkte)** Für die Verbrennungsrechnung ergeben sich die folgenden stöchiometrischen Koeffizienten:

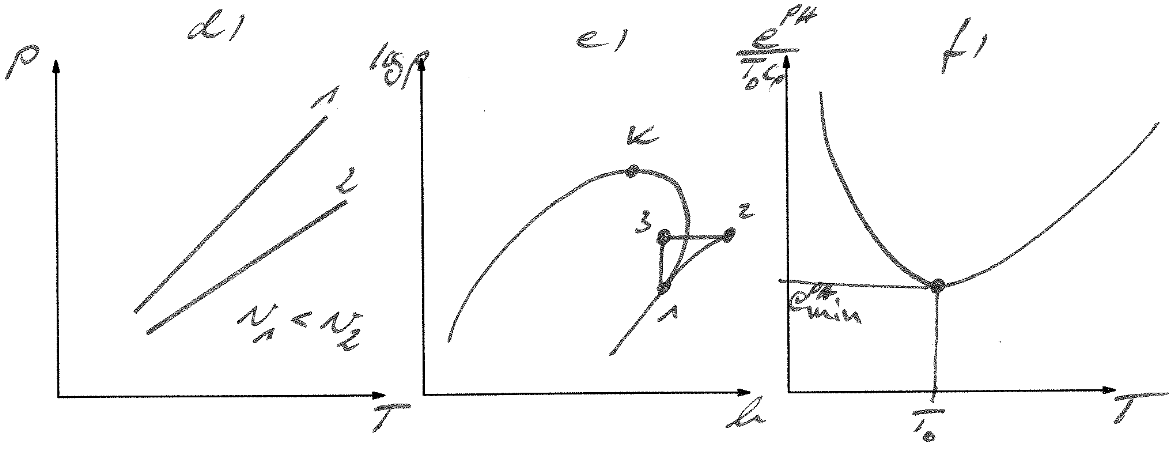
- $\beta = 3; \gamma = 4$
- $\delta = 5$
- $\alpha = \varepsilon = 10 \cdot \frac{79}{21} \approx 37,62$

h) **(2 Punkte)** Für die Verbrennungsrechnung ergeben sich die folgenden stöchiometrischen Koeffizienten. Darauf basierend können die Stoffmengenanteile der Komponenten im Abgas bestimmt werden:

- $\alpha = 3, \beta = 2; \gamma = 3$
- $y_{CO_2} = \frac{\beta}{\beta+\gamma} = 0,4; y_{H_2O} = \frac{\gamma}{\beta+\gamma} = 0,6$

i) **(2 Punkte)** Die Definition der relativen Feuchte φ nutzend, kann der folgende Zusammenhang zwischen Wassergehalt x, Gesamtdruck p und dem Wasserdampfpartialdruck p_{WD} hergestellt werden. Dabei sind der Wassergehalt x und der Gesamtdruck p die verbleibenden Unbekannten:

- $\varphi = \frac{p_{\text{WD}}}{p_{\text{W,s}}}$
- $x = \frac{M_{\text{W}}}{M_{\text{L}}} \frac{p_{\text{WD}}}{p - p_{\text{WD}}}$

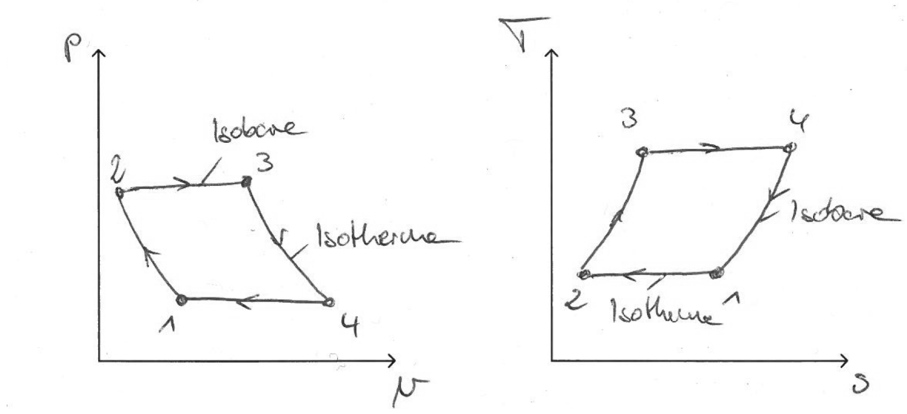

d)
p
1
2
N1 < N2
T
e)
log p
K
3
2
1
h
f)
T
T0

2. Aufgabe: Geschlossener Gasturbinenprozess (21 Punkte)

a) **(2 Punkte)**

$$p_1 v_1 = R_{\text{Luft}} T_1 = \frac{\bar{R}}{M_{\text{Luft}}} T_1$$
$$v_1 = \frac{8314\,\text{J/(kmolK)} \cdot 298\,\text{K}}{500000\,\text{Pa} \cdot 28,96\,\text{kg/kmol}} = \underline{0,1711\,\text{m}^3/\text{kg}}$$

b) **(4 Punkte)**



c) **(7 Punkte)**

$$0 = \dot{Q}_{34} + \dot{W}_{34} + \dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_4 h_4$$

$$dh = c_p dT \quad \rightarrow dh\Big|_3^4 = 0$$

$$\dot{W}_{34} = -\dot{Q}_{34}$$

$$\dot{W}_{34} = \int_3^4 \dot{V} dp$$
$$= \int_3^4 \frac{\dot{m} R T_3}{p} dp = \dot{m} R T_3 \int_3^4 \frac{1}{p} dp = \dot{m} R T_3 \ln\left(\frac{p_4}{p_3}\right)$$
$$\dot{W}_{34} = 1\,\text{kg/s} \cdot 0,287\,\text{kJ/(kgK)} \cdot 745\,\text{K} \cdot \ln\left(\frac{5}{50}\right) = \underline{-492,327\,\text{kW}}$$

$$\dot{W}_{\text{net}} = \sum_i \dot{W}_i = \dot{W}_{12} + \dot{W}_{34} = 196,931\,\text{kW} - 492,327\,\text{kW} = \underline{-295,396\,\text{kW}}$$

d) **(2 Punkte)**

$$\eta = \frac{\left|\dot{W}_{\text{net}}\right|}{\dot{Q}_{34}} = \frac{|-295,396\,\text{kW}|}{492,327\,\text{kW}} = \underline{0,6}$$

e) **(3 Punkte)**

$$\begin{aligned} 0 &= -\dot{S}_1 + \dot{S}_2 - \dot{S}_3 + \dot{S}_4 + \dot{S}_{\text{gen}} \\ s_{\text{gen}} &= s_1 - s_4 + s_3 - s_2 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} ds &= c_p \frac{dT}{T} - R \frac{dp}{p} \\ s_3 - s_2 &= c_p \ln\left(\frac{T_3}{T_2}\right) \\ s_1 - s_4 &= c_p \ln\left(\frac{T_1}{T_4}\right) \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} s_{\text{gen}} &= 1\,\text{kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{298\,\text{K}}{745\,\text{K}}\right) + 1\,\text{kJ/kgK} \cdot \ln\left(\frac{745\,\text{K}}{298\,\text{K}}\right) \\ s_{\text{gen}} &= \underline{0} \end{aligned}$$

Da die Entropieproduktion $\dot{S}_{\text{gen}} = 0$ ist, so muss der Prozess der Wärmeübertragung reversibel sein.

f) **(3 Punkte)**

$$\begin{aligned} \eta_C &= 1 - \frac{T_{12}}{T_{34}} \\ \eta_C &= 1 - \frac{298\,\text{K}}{745\,\text{K}} = \underline{0,6} \end{aligned}$$

Da der Wirkungsgrad des Prozesses gleich dem Wirkungsgrad des Carnot-Prozesses ist, so muss der hier analysierte Prozess ein idealer Prozess sein. ($\rightarrow$ Ericsson-Prozess)

3. Aufgabe: Laborgasflasche mit CO_2 (28 Punkte)

a) **(3 Punkte)**

$$v_0 = \frac{V}{m} = \frac{50\,\mathrm{l}}{30\,\mathrm{kg}} = \underline{0,00167\,\mathrm{m^3/kg}}$$

$$v = v' + x\,(v'' - v')$$

$$x_0 = \frac{v - v'}{v'' - v'} = \frac{0,00167 - 0,00129}{0,00515 - 0,00129} = \underline{0,097}$$

b) **(3 Punkte)**

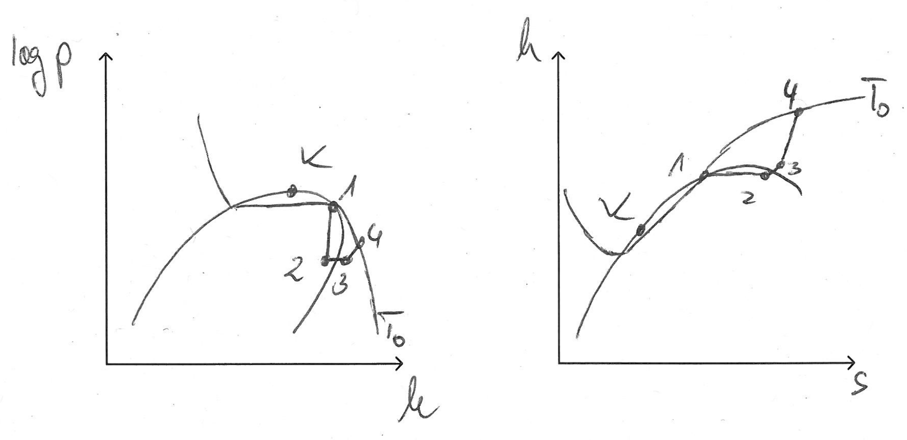
$h_1 = h_2,\quad$ da Drossel adiabat

$h_2' < h_2 < h_2'',\quad h_2' = 112,66\,\mathrm{kJ/kg},\quad h_2'' = 435,30\,\mathrm{kJ/kg}$

Es handelt sich um Nassdampf!

$$x_2 = \frac{407,87 - 112,66}{435,30 - 112,66} = \underline{0,919}$$

c) **(8 Punkte)**



d) **(3 Punkte)**

$$0 = \dot{Q}_{23} + \dot{m}_2 h_2 - \dot{m}_3 h_3$$
$$\dot{Q}_{23} = \dot{m}\,(h_3 - h_2)$$

$$h_3 = 445,50\,\mathrm{kJ/kg}$$

$$\dot{Q}_{23} = 0,15\,\mathrm{kg/h} \cdot (445,50\,\mathrm{kJ/kg} - 407,87\,\mathrm{kJ/kg}) = \underline{1,568\,\mathrm{W}}$$

e) **(5 Punkte)**

$$
\begin{aligned}
0 &= \dot{W}_{34} + \dot{m}_3 h_3 - \dot{m}_4 h_4 \\
\dot{W}_{34} &= \dot{m}\,(h_4 - h_3)
\end{aligned}
$$

$$
\dot{W}_{34} = 0,15\,\mathrm{kg/h} \cdot (481,32\,\mathrm{kJ/kg} - 445,50\,\mathrm{kJ/kg}) = \underline{1,493\,\mathrm{W}}
$$

$$
\eta_{S,\mathrm{V}} = \frac{\dot{W}_{34,S}}{\dot{W}_{34}} = \frac{h_{4,S} - h_3}{h_4 - h_3}
$$

$$
\begin{aligned}
h_{4s} &= \left[\left(\frac{481,32 - 470,84}{2,1095 - 2,0731}\right)(2,0920 - 2,0731) + 470,84\right]\mathrm{kJ/kg} \\
h_{4s} &= 476,28\,\mathrm{kJ/kg}
\end{aligned}
$$

$$
\eta_{S,\mathrm{V}} = \frac{476,28 - 445,50}{481,32 - 445,50} = \underline{0,859}
$$

f) **(3 Punkte)**

$$
\begin{aligned}
\dot{E}_{D,\mathrm{tot}} &= \left(1 - \frac{T_0}{T_{23}}\right)\dot{Q}_{23} + \dot{W}_{34} + \dot{m}_1 e_1 - \dot{m}_4 e_4 \\
\dot{E}_{D,\mathrm{tot}} &= \dot{W}_{34} + \dot{m}\,(e_1 - e_4)
\end{aligned}
$$

$$
\begin{aligned}
e_1 - e_4 &= (h_1 - h_4) - T_0\,(s_1 - s_4) \\
&= (407,87 - 481,32)\,\mathrm{kJ/kg} - 293,15\,\mathrm{K}\,(1,7062 - 2,1095)\,\mathrm{kJ/kgK} \\
e_1 - e_4 &= 44,75\,\mathrm{kJ/kg}
\end{aligned}
$$

$$
\dot{E}_{D,\mathrm{tot}} = 1,493\,\mathrm{W} + 0,15\,\mathrm{kg/h} \cdot 44,75\,\mathrm{kJ/kg} = \underline{3,357\,\mathrm{W}}
$$

Alternativer Lösungsweg:

$$
\dot{E}_{D,\mathrm{tot}} = T_0 \cdot \dot{S}_{\mathrm{gen}}
$$

$$
\begin{aligned}
\dot{S}_{\mathrm{gen}} &= \frac{-\dot{Q}_{23}}{T_{23}} + \dot{m}\,(s_4 - s_1) \\
&= \frac{-1,568\,\mathrm{W}}{293,15\,\mathrm{K}} + 0,15\,\mathrm{kg/h}\,(1,7062 - 2,1095)\,\mathrm{kJ/kgK} \\
\dot{S}_{\mathrm{gen}} &= 0,01145\,\mathrm{W/K}
\end{aligned}
$$

$$
\dot{E}_{D,\mathrm{tot}} = 293,15\,\mathrm{K} \cdot 0,01145\,\mathrm{W/K} = \underline{3,375\,\mathrm{W}}
$$

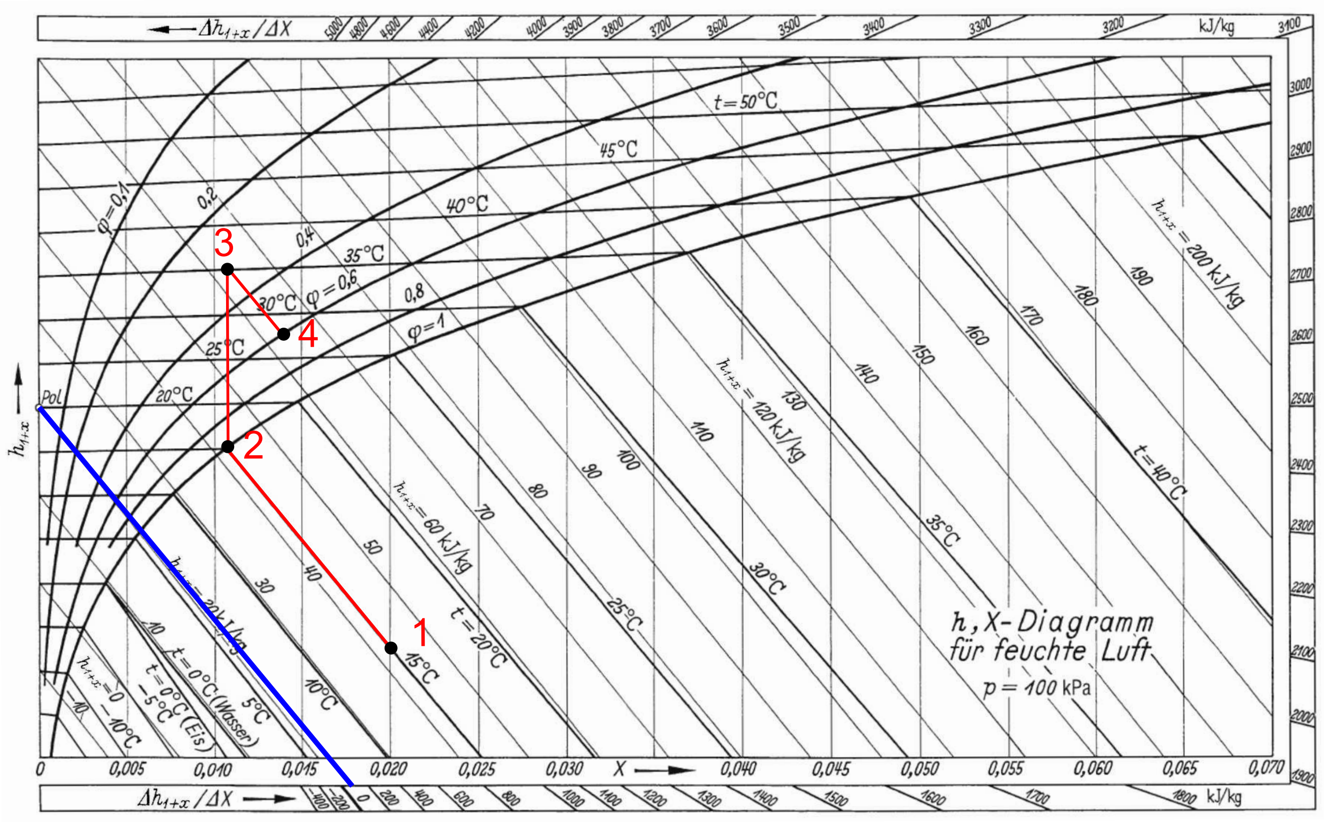
g) **(3 Punkte)** Solange der Zustand in der Flasche zweiphasig ist, sinkt der Druck nicht. Das bedeutet, dass der gesamte Flascheninhalt dampfförmig ist, bevor der Druck in der Flasche beginnt zu sinken.

$$
v_{0,\mathrm{E}} = v''(p_0) = 0,005149\,\mathrm{m^3/kg}
$$

$$m_{0,\mathrm{E}} = \frac{V}{v_{0,\mathrm{E}}} = \frac{50\,\mathrm{l}}{0,005149\,\mathrm{m^3/kg}} = 9,71\,\mathrm{kg}$$

$$\begin{aligned}
\frac{dm}{d\tau} &= -\dot{m} \\
m_{0,\mathrm{E}} - m_{0,\mathrm{A}} &= -\dot{m}\Delta\tau \\
\Delta\tau &= \frac{m_{0,\mathrm{E}} - m_{0,\mathrm{A}}}{-\dot{m}} = \frac{9,71\,\mathrm{kg} - 30\,\mathrm{kg}}{-0,15\,\mathrm{kg/h}} = \underline{135,26\,\mathrm{h}}
\end{aligned}$$

4. Aufgabe: Feuchte Luft (11 Punkte)



a) **(1 Punkt)**

$$t_1 = \underline{15\ °\text{C}}$$

b) **(3 Punkte)**

$$t_2 = t_5 = \underline{15\ °\text{C}}$$
$$h_5 = c_{\text{Wfl}} \cdot t_5$$
$$= 4,19\,\text{kJ/kgK} \cdot 15\ °\text{C} = \underline{62,85\,\text{kJ/kg}}$$
$\rightarrow$ Aus Diagramm: 50-75 kJ/kg

c) **(2 Punkte)**

$$0 = \dot{Q}_{23} + \dot{m}_{L,2} h_{1+x,2} - \dot{m}_{L,3} h_{1+x,3}$$
$$\dot{Q}_{23} = \dot{m}_{L,1} \left(h_{1+x,3} - h_{1+x,2} \right)$$

$$h_{1+x,2} = 42,5\,\text{kJ/kg}$$
$$h_{1+x,3} = 62,5\,\text{kJ/kg}$$

$$\dot{Q}_{23} = 1,5\,\text{kg/s} \cdot (62,5\,\text{kJ/kg} - 42,5\,\text{kJ/kg}) = \underline{30\,\text{kW}}$$

d) **(2 Punkte)**

$$t_4 = \underline{27,5\ °\text{C}}$$
$$x_4 = \underline{0,014}$$

e) **(3 Punkte)**

$$
\begin{aligned}
0 &= \dot{m}_{W,1} - \dot{m}_{W,7} - \dot{m}_{W,4} \\
0 &= \dot{m}_{L,1} x_1 - \dot{m}_{W,7} - \dot{m}_{L,1} x_4 \\
\dot{m}_{W,7} &= \dot{m}_{L,1} \cdot (x_1 - x_4) \\
\dot{m}_{W,7} &= 1,5\,\mathrm{kg/s} \cdot (0,02 - 0,014) = 0,009\,\mathrm{kg/s}
\end{aligned}
$$