TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 00/01
Fachbereich 3 - Mathematik 11.4.2001
Ferus / Krumke / Hauser

April–Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang des Klausurgebnisses unter Angabe meiner Matr.–Nr. (ohne Namen) am Schwarzen Brett und im WWW [1] **Ja / Nein**[2]

Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum$

[1] `http://www.math.tu-berlin.de/HM/AnalysisI/Aktuell/ING/klausuren.html`

[2] Unzutreffendes bitte steichen. Falls “Nein” nicht durchgestrichen ist oder die Unterschrift fehlt, wird das Ergebniss nicht ausgehängt.

Rechenwege und Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe

(3 Punkte)

a) Berechnen Sie den Realteil und den Imaginärteil von $z = \dfrac{\sqrt{2}\exp(\frac{\pi}{4}i) - 1}{4 + 7i}$.

b) Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung $|z^2| + |z| = 0$.

2. Aufgabe

(6 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_{\pi^2}^{4\pi^2} \frac{\sin\sqrt{x}}{\sqrt{x}}\,dx$

b) $\displaystyle\int_0^1 \frac{6}{(x+1)(x+2)}\,dx$

3. Aufgabe

(5 Punkte)

Berechnen Sie das Taylor–Polynom 1.Grades der Funktion $f(x) = e^{-x}\cos x$ zum Entwicklungspunkt 0. Zeigen Sie, dass der Approximationsfehler (die Differenz zwischen dem Taylorpolynom und f) auf dem Intervall $[-\frac{1}{100}, +\frac{1}{100}]$ kleiner als $\frac{1}{1000}$ ist.

4. Aufgabe

(6 Punkte)

Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge, die durch

$$a_0 = 1 \qquad \text{und} \qquad a_{n+1} = 1 + \sqrt{a_n}$$

gegeben ist.

a) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ monoton wächst.

b) Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion: $a_n \leq 4$ für alle $n \in \mathbb{N}$.

c) Konvergiert die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$? Begründen Sie Ihre Antwort und berechnen Sie gegebenenfalls den Grenzwert.