TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 01

Fakultät II - Mathematik 23.7.2001

Lutz

Juli–Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Bitte in Druckschrift ausfüllen !

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift oder Rotstift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum(V)$	$\sum(R)$	$\sum$

Begründungen nicht vergessen

1. Aufgabe (4 Punkte)

Die *Fibonacci*–Folge $(f_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist durch $f_0 := 1,\ f_1 := 1$ und durch die Rekursionsformel $f_{n+1} = f_n + f_{n-1}$ für alle $n \geq 1$ definiert. Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n} f_k^2 = f_{n+1} f_n.$$

2. Aufgabe (8 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind falsch, welche sind richtig? Geben Sie jeweils an, ob die Aussage stimmt (geben Sie ein Stichwort als Begründung an), oder finden Sie ein Gegenbeispiel, das die Aussage widerlegt.

a) Jede Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $|a_n - 5| \leq \frac{1}{n^2+1}$ für alle n ist konvergent.

b) Sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$ und $b_n > b_{n+1} > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Dann konvergiert auch $\sum\limits_{n=0}^{\infty} (-1)^n b_n$.

c) Sei $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(0) = 1$. Falls $\lim\limits_{n\to\infty} f(c_n) = 1$ gilt, so ist f stetig an der Stelle 0.

d) Die Funktion $f : [0, \frac{\pi}{2}[\to \mathbb{R},\ x \mapsto f(x)$ sei stetig. Dann nimmt f sein Maximum und Minimum an.

3. Aufgabe (5 Punkte)

Die Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k (z+i)^k$ sei konvergent für $z = 1$.

a) Was kann man über die Konvergenz dieser Potenzreihe an den Stellen $-2i, i, 0, -1$, und 3 aussagen. Skizzieren Sie die Zahlen in der komplexen Zahlenebene.

b) Was kann man alles zusätzlich sagen, falls die Potenzreihe an der Stelle -1 divergiert?

4. Aufgabe (3 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$f :]0, \infty[\to \mathbb{R}, \qquad x \mapsto \ln_x 5^x$$

und erkären Sie dabei kurz jeden einzelnen Schritt.