TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 01
Fakultät II - Mathematik 8.10.2001
Lutz

Oktober–Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Bitte in Druckschrift ausfüllen !

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang der Ergebnisse meiner Klausur unter Angabe meiner Matr.–Nr. am Schwarzen Brett[1] ☐ **Ja** ☐ **Nein**

....
Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift oder Rotstift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum(R)$	$\sum(V)$	$\sum$

[1]Bitte Zutreffendes ankreuzen. Falls die Unterschrift fehlt, wird das Ergebniss nicht ausgehängt.

Rechenwege und Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (5 Punkte)

a) Berechnen Sie für

$$z_1 = \frac{(1+i)^2}{1-i}, \qquad z_2 = 1 - 3i$$

die komplexen Zahlen $z_1 \cdot z_2$, $|z_2|$, $e^{z_1^2 - iz_2}$ in der Form $x + iy$ mit reellen Zahlen x, y.

b) Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die Ungleichung $|x-4| \geq 2|x+1|$ erfüllen. Unterscheiden Sie dabei drei Fälle.

2. Aufgabe (7 Punkte)

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

a) $\displaystyle\int_0^{\frac{\pi}{2}} \exp(\cos x) \sin x \, dx$

b) $\displaystyle\int_0^{\pi} \cos^2 x \, dx$

c) $\displaystyle\int_0^{2} \frac{x^3 + 4x^2 + x}{x^2 + 5x + 6} \, dx$

3. Aufgabe (4 Punkte)

Berechnen Sie das Taylor–Polynom 2. Grades der Funktion

$$f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}, \; f(x) = 2 + e^{-x} \sin x$$

zum Entwicklungspunkt 0. Zeigen Sie, dass der Approximationsfehler (die Differenz zwischen dem Taylorpolynom und f) auf dem Intervall $[-\frac{1}{10}, \frac{1}{10}]$ kleiner als $\frac{1}{500}$ ist.

4. Aufgabe (4 Punkte)

Zeigen Sie für alle $n \geq 1$, $n \in \mathbb{N}$:

$$\sum_{k=1}^{n} (3k^2 - 3k + 1) = n^3.$$