TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN SS 01

Fakultät II - Mathematik 8.10.2001

Lutz

Oktober–Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Bitte in Druckschrift ausfüllen !

Name: .... Vornarne: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift oder Rotstift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum$

Begründungen nicht vergessen!

1. Aufgabe (5 Punkte)

Sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) = \begin{cases} \frac{2-2\cos x}{x^2} & \text{für } x \neq 0 \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f stetig?

b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f differenzierbar?

2. Aufgabe (8 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind falsch, welche sind richtig? Geben Sie jeweils an, ob die Aussage stimmt (geben Sie ein Stichwort als Begründung an), oder finden Sie ein Gegenbeispiel (warum ist es ein Gegenbeispiel?), das die Aussage widerlegt.

a) Jede Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $|a_n - 5| \leq \ln(n+1)$ für alle $n \in \mathbb{N}$ ist konvergent.

b) Die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}\,,\ x \mapsto f(x)$ sei stetig. Dann ist f auch differenzierbar.

c) Die Funktion $f : [0, 7[\to \mathbb{R}\,,\ x \mapsto f(x)$ sei stetig. Dann nimmt f sein Maximum und Minimum an.

d) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim_{n\to\infty} a_n = 0$. Dann konvergiert $\sum_{n=0}^{\infty}(-1)^n a_n$.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Die Potenzreihe $\sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(z-1)^k$ habe den Konvergenzradius 2.

a) Welchen Wert hat $\lim\limits_{k\to\infty} \left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right|$, falls dieser Grenzwert existiert?

b) Skizzieren Sie die Menge derjenigen $z \in \mathbb{C}$, für welche man weiß, dass die Potenzreihe dort konvergiert.

c) Wir definieren $f :]0, 2[\to \mathbb{R}$ durch $f(x) := \sum\limits_{k=0}^{\infty} a_k(x-1)^k$.
Warum ist f differenzierbar? Bestimmen Sie die Taylorreihe der Ableitung f' an der Entwicklungsstelle 1.

4. Aufgabe (3 Punkte)

Berechnen Sie

$$\frac{d}{dx}\, x^{\cos x}.$$

Erkären Sie dabei kurz jeden einzelnen Schritt.