P

Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik
Penn-Karras, Bärwolff, Förster, Tröltzsch

WS 01/02
18. Februar 2002

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Begründen Sie, dass die Funktion $f(x) = 1+\sqrt{x}-x^2$ im Intervall $[0,4]$ mindestens eine Nullstelle besitzt.

2. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei ein Polynom fünften Grades $P(z)$ mit reellen Koeffizienten.
a) Das Polynom habe Nullstellen bei $2+i$, $4-3i$ und 5. Geben Sie alle Nullstellen des Polynoms an und stellen Sie $P(z)$ mit komplexen Linearfaktoren dar.
b) Welche Konstellationen für Nullstellen (Anzahl reeller bzw. komplexer Nullstellen) sind für ein Polynom fünften Grades mit reellen Koeffizienten möglich?

3. Aufgabe

6 Punkte

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch ? Begründen Sie Ihre Aussage.
a) Jede konvergente Folge ist monoton wachsend oder monoton fallend.
b) Für alle $n \geq 1$ gelte: $|a_n| < 1$. Dann konvergiert die Reihe $\sum_{n=1}^{\infty} \left(\frac{a_n}{n^2} + \left(\frac{1}{7}\right)^n \right)$.
c) Jede beschränkte Folge ist konvergent.

4. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : [-1,\infty[\to \mathbb{R}$

$$f(x) = \begin{cases} x & \text{falls} \quad x \in [-1,0] \\ -\dfrac{1}{x+1} & \text{falls} \quad x > 0. \end{cases}$$

Besitzt diese Funktion globale Extremalstellen? Begründen Sie Ihre Aussage.

5. Aufgabe

8 Punkte

Die Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-8)^n$ sei konvergent für $x = 5$ und divergent für $x = 11$.
a) Was kann man über den Konvergenzradius aussagen?
b) Welchen Wert besitzt der Grenzwert $\lim_{n\to\infty} \left|\frac{a_n}{a_{n+1}}\right|$, falls er existiert ?
c) Konvergiert die Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n(x-8)^n$ in den Punkten $x = 3$ bzw. $x = 7$?

6. Aufgabe

8 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe der Methode der vollständigen Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt: $\sum_{k=1}^{n} \frac{2}{(2k-1)\cdot(2k+1)} = 1 - \frac{1}{2n+1}$.