Ü

Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik
Penn-Karras, Bärwolff, Förster, Tröltzsch

WS 01/02
18. Februar 2002

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Vorleistung 40 Prozent der Übungsaufgaben erbracht im Semester: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Beweisen Sie, dass die Funktion $f(x) = 2x^2 - 1 - 2^x$ im Intervall $[0,3]$ mindestens eine Nullstelle besitzt.

2. Aufgabe 6 Punkte

Bestimmen Sie Werte von a und b so, dass eine überall stetige Funktion f entsteht.

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)\sin(x) & \text{falls} \quad x < -2 \\ ax + b & \text{falls} \quad x \in [-2,2] \\ 2^x & \text{falls} \quad x > 2 \end{cases}$$

3. Aufgabe 7 Punkte

Bestimmen Sie alle lokalen und globalen Extremalstellen der Funktion $f(x) = x^3 - 12x$ im Intervall $[-3,1]$. Geben Sie jeweils die Art des Extremums an (lokal/global und Maximum/Minimum). Begründen Sie Ihre Aussagen.

4. Aufgabe 6 Punkte

Sind folgende Aussagen wahr oder falsch ? Begründen Sie Ihre Aussage bzw. geben Sie ein Gegenbeispiel an.
a) Jede stetige Funktion ist auch differenzierbar.
b) Jede auf $]0,2]$ stetige Funktion nimmt in diesem Intervall ihr Minimum und ihr Maximum an.
c) Sei a_k eine konvergente Folge und b_k eine divergente Folge. Dann ist die Folge $c_k = a_k \cdot b_k$ divergent.

5. Aufgabe 7 Punkte

Bestimmen Sie das dritte Taylorpolynom der Funktion $y = \sin(2x)$ für den Entwicklungspunkt $x_0 = 0$. Weisen Sie nach, dass der Approximationsfehler im Intervall $[-0.1, 0.1]$ kleiner als 10^{-4} ist.

6. Aufgabe 8 Punkte

Zeigen Sie mit Hilfe der Methode der vollständigen Induktion, dass für alle natürlichen Zahlen $n \geq 1$ gilt: $\displaystyle\sum_{k=1}^{n} \frac{3}{(3k-2)(3k+1)} = 1 - \frac{1}{3n+1}$.