

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Es sind keine **Taschenrechner** und **Handys** zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion, dass für die n -te Ableitung der Funktion xe^x gilt:

$$(xe^x)^{(n)} = (x+n)e^x \quad \text{für alle } n \in \mathbb{N}.$$

2. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie die Parameter $a, b \in \mathbb{R}$ so, dass die Funktion f differenzierbar wird.

$$f(x) = \begin{cases} e^{ax+1} & \text{falls } x \leq -1 \\ e^{x^2+b} & \text{falls } x > -1 \end{cases}$$

3. Aufgabe

7 Punkte

Über die komplexe Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(z-1)^k$ ist bekannt, dass sie für $z=3$ konvergiert und für $z=5$ divergiert. Ferner existiert $\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right|$.

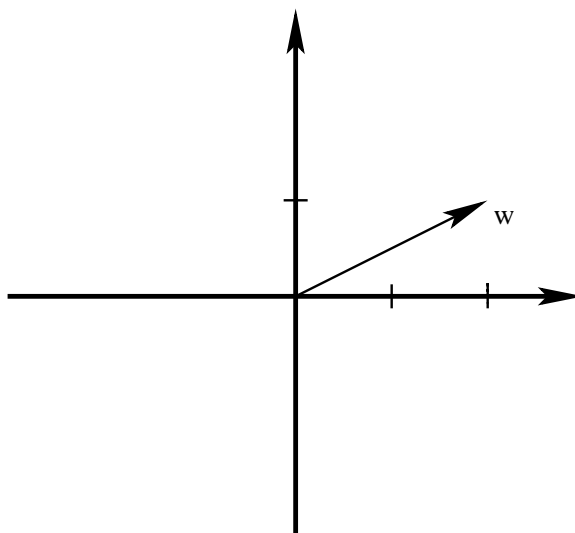
- Für welche $z \in \mathbb{C}$ (außer $z=3$) weiss man sicher, dass die Potenzreihe konvergiert?
- Für welche $z \in \mathbb{C}$ (außer $z=5$) weiss man sicher, dass die Potenzreihe divergiert?
- Wie groß ist $\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right|$ mindestens?
- Wie groß ist $\lim_{k \rightarrow \infty} \left| \frac{a_k}{a_{k+1}} \right|$ höchstens?

4. Aufgabe

6 Punkte

Betrachten Sie die Gleichung $z^4 = -7 + 24i$.

1. Wieviele komplexe Lösungen hat diese Gleichung?
2. Eine Lösung der obigen Gleichung ist in der folgenden Skizze angegeben.



Skizzieren Sie alle komplexen Lösungen! Begründen Sie Ihre Skizze. (Bemerkung: die Lösungen sollen nicht berechnet werden!)

5. Aufgabe

6 Punkte

Seien $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}_+$ und $g : \mathbb{R}_+ \rightarrow \mathbb{R}_+$ Funktionen.

1. Wenn f und g surjektiv sind, ist dann
 - i) $g \circ f$ surjektiv?
 - ii) $f \circ g$ surjektiv?
2. Wenn f und g injektiv sind, ist dann $f \circ g$ injektiv?

Begründen Sie oder geben Sie ein Gegenbeispiel an!

6. Aufgabe

6 Punkte

Gibt es ein $\xi \in]0, \frac{\pi}{2}[$ mit

$$\frac{\frac{\pi^2}{8} + 1 - 0}{\frac{\pi}{2} - 0} = \xi + \cos \xi?$$

Begründen Sie!