TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN
FAKULTÄT II - INSTITUT FÜR MATHEMATIK
Dozenten: Adams, Bärwolff, Förster, Plato, Tröltzsch

WS 2002/03
Stand: 20.03.03

Lösungen zur Februar-Vollklausur, Verständnisteil, A
„Analysis I für Ingenieure"

(ohne Gewähr)

Aufgabe 1 (4 Punkte)

a)

Ein Gegenbeispiel zu $a < b \Rightarrow a^2 < b^2$ ist $a = -2, b = 1$.

b)

Ein Gegenbeispiel zu $|a + 1| \geq |a - 1|$ ist $a = -1$.

Aufgabe 2 (7 Punkte)

	richtig	falsch
(a_n) konvergent, (b_n) divergent $\Longrightarrow$ $(a_n + b_n)$ divergent	x	
(a_n) Nullfolge, (b_n) beschränkt $\Longrightarrow$ $(a_n \cdot b_n)$ Nullfolge	x	
$(a_n) \to -\infty$, $(b_n) \to \infty$ $\Longrightarrow$ $(a_n + b_n) \to 0$		x
(a_n) beschränkt, $(b_n) \to \infty$ $\Longrightarrow$ $(a_n + b_n) \to \infty$	x	
(a_n) beschränkt, $(b_n) \to -\infty$ $\Longrightarrow$ $(a_n + b_n) \to -\infty$	x	
(a_n) konvergent gegen $a \neq 0$, (b_n) divergent $\Longrightarrow$ $(a_n \cdot b_n)$ divergent	x	
(a_n) Nullfolge $\Longrightarrow$ $\sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ konvergent		x

Aufgabe 3 (8 Punkte)

Es ist $\lim\limits_{x \to \pi-} = \frac{\sin|\pi - x|}{x - \pi} = \lim\limits_{x \to \pi-} = \frac{\sin(\pi - x)}{-(\pi - x)} = -1$

und $\lim\limits_{x \to \pi+} = \frac{\sin|\pi - x|}{x - \pi} = \lim\limits_{x \to \pi+} = \frac{\sin(x - \pi)}{x - \pi} = 1$

Da diese beiden Grenzwerte verschieden sind, ist f in $x = \pi$ nicht stetig und auch nicht stetig ergänzbar.

Aufgabe 4 (6 Punkte)

Man kann daraus n i c h t schliessen, dass p reelle Koeffizienten hat.

Gegenbeisp.: $p(z) = i(z - i)(z + i) = iz^2 + i$.

Aufgabe 5 (7 Punkte)

$x = \frac{3}{2}$ ist Randpunkt. Daraus folgt, dass der Konvergenzradius $R = |\frac{1}{2} - \frac{3}{2}| = 1$ ist.

Für $x = -2$ gilt: $|-2 - \frac{1}{2}| = \frac{5}{2} > 1 \quad \Rightarrow$ Divergenz

Für $x = -\frac{1}{2}$ gilt: $|-\frac{1}{2} - \frac{1}{2}| = 1 = R \quad \Rightarrow$ Randpunkt $\Rightarrow$ keine Aussage möglich

Für $x = 0$ gilt: $|0 - \frac{1}{2}| = \frac{1}{2} < 1 \quad \Rightarrow$ Konvergenz

Aufgabe 6 (8 Punkte)

$f(x) = \ln x$ mit $x \in [1, e]$

$f(x)$ ist differenzierbar, also ist der Mittelwertsatz anwendbar:

$\exists\, \xi \in\,]\, 1, e\, [$ für das gilt: $\frac{f(e)-f(1)}{e-1} = f'(\xi)$

$\frac{f(e)-f(1)}{e-1}$ gibt die Steigung der Sekante durch $(1, f(1))$ und $(e, f(e))$ an.

Es gilt: $f'(\xi) = \frac{1}{\xi}$

Man erhält somit: $\frac{\ln e - \ln 1}{e-1} = \frac{1}{\xi} \Leftrightarrow \xi = e - 1$