

Februar – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Falls Ihr Studiengang 40% Hausaufgaben fordert:

In welchem Semester haben Sie die erreicht?

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Es sei $I =]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ und $f : I \rightarrow \mathbb{R}$ gegeben durch

$$f(x) := \begin{cases} \frac{x}{\sin|x|} & \text{für } x \in I \setminus \{0\} \\ 1 & \text{für } x = 0 \end{cases}.$$

- Für welche $x \in I$ ist f stetig?
- Für welche $x \in I$ ist f differenzierbar? Geben Sie f' an.

2. Aufgabe

7 Punkte

Es sei die Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ durch $a_0 = 2$ und

$$a_{n+1} = \frac{a_n^2 + 1}{2a_n}, \quad n \geq 0,$$

gegeben. Zeigen Sie, dass $a_n > 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$, untersuchen Sie $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ auf Monotonie und bestimmen Sie gegebenenfalls $\lim_{n \rightarrow \infty} a_n$.

3. Aufgabe

6 Punkte

Ist das Integral

$$\int_1^{\infty} \frac{1 + \ln x}{x^x} dx$$

konvergent? Berechnen Sie gegebenenfalls seinen Wert.

Hinweis: Es ist $x^x = \exp(x \ln x)$.

4. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie das Taylorpolynom zweiten Grades für die Funktion

$$f(x) = x^2 + \sin(1 - x)$$

an der Stelle $x_0 = 1$ und berechnen Sie mit Hilfe des Taylorpolynoms den Funktionswert an der Stelle $x = \frac{1}{2}$ näherungsweise. Schätzen Sie das Restglied $R_2(\frac{1}{2})$ ab.

5. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie für die 2π -periodische Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, die durch

$$f(x) := \frac{x}{2\pi}, \quad x \in]0, 2\pi],$$

gegeben ist, die Fourierkoeffizienten a_k und b_k .

6. Aufgabe

6 Punkte

Berechnen Sie $\int_1^2 \frac{x-1}{x^3+x^2} dx$.