Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 04
Bärwolff · Grigorieff 11. Oktober 2004

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Für welche Zahlen $x \in \mathbb{R}\backslash\{-6\}$ gilt die Ungleichung

$$\frac{|x-2|}{x+6} \geq 1 \quad ?$$

2. Aufgabe

8 Punkte

Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch

$$a_0 = 1, \quad a_{n+1} = \sqrt{a_n} + 1 \qquad (n \in \mathbb{N}).$$

(a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion: Die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ ist monoton und nach oben durch 3 beschränkt.

(b) Ist die Folge konvergent? Bestimmen Sie ggf. den Grenzwert.

3. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben ist die reelle Funktion

$$f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4x - \frac{4}{x+1}.$$

(a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich $D \subseteq \mathbb{R}$ von f.

(b) Besitzt f ein globales Maximum auf D?

(c) Betrachten Sie die Funktion f auf dem Intervall $[0, 3]$. Existiert dort ein globales Maximum oder Minimum? Wenn ja, begründen Sie warum und berechnen Sie diese.

4. Aufgabe

4 Punkte

Differenzieren Sie die Funktion

$$g(x) = \frac{\sin\sqrt{x^2-1}}{2+\cos\sqrt{x^2+1}}, \quad |x| > 1.$$

5. Aufgabe 8 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

(a) $$\int_2^4 \frac{5x^2 - 7x + 4}{2x^3 - 4x^2 + 2x}\,dx$$

(b) $$\int_0^\infty x^3 e^{-x^2}\,dx$$

6. Aufgabe 5 Punkte

Bestimmen Sie daß Taylorpolynom 2. Ordnung für

$$f : \mathbb{R} \longrightarrow \mathbb{R}, \qquad x \longmapsto \sin x \cos x + 4x^2$$

um den Entwicklungspunkt $x_0 = \frac{\pi}{2}$ und geben Sie eine Abschätzung des Restgliedes im Intervall $[0, 2\pi]$ an.