Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 04/05

Förster, Hömberg, Penn-Karras, Pfetsch, Tischendorf 04.04.2005

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:
Für $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 0$ gilt

$$\sum_{k=0}^{n} \frac{4k}{3^{k+1}} = 1 - \frac{2n+3}{3^{n+1}}.$$

2. Aufgabe

5 Punkte

Welche der Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sind konvergent? Ermitteln Sie bei Konvergenz den Grenzwert.

a) $a_n = \frac{1}{n+1}\left(\frac{n^3+3n-1}{n^2} + 3n\right)$ b) $a_n = \frac{(-1)^n \sin(n\frac{\pi}{4}) + 4n^3}{(n-1)^3 \arctan\sqrt{n}}$

3. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie alle Lösungen $z \in \mathbb{C}$ der Gleichung $z^2 - z + iz - i = 0$.
Geben Sie die Lösungen in der Form $a + bi$ an.

4. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, die die folgende Ungleichung erfüllen:

$$|3x-2| - 2 \;\leq\; |1-2x|$$

5. Aufgabe

6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(t) = t^2(1 - \frac{4}{3}t)$. Bestimmen Sie den kleinsten und den größten Funktionswert von $f(t)$ für $t \in [-1, 1]$.

6. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie folgende Integrale. Benutzen Sie bei a) die Substitution $t = x^2$.

a) $\int x^3 e^{-x^2}\, dx$ b) $\int_0^1 \frac{2x^3}{x^2-4}\, dx.$