Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 05
Bärwolff, Tröltzsch 18.7.2005

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Bestimmen Sie Werte $a, b \in \mathbb{R}$ so, dass eine überall stetige Funktion f entsteht.

$$f(x) = \begin{cases} (x+2)\sin(x) & \text{, falls } x < -2 \\ ax + b & \text{, falls } x \in [-2, 2] \\ 2^x & \text{, falls } x > 2 \end{cases}$$

2. Aufgabe 8 Punkte

a) Bestimmen Sie alle komplexen Nullstellen des Polynoms $z^6 - 1$.

b) Bestimmen Sie alle komplexen Nullstellen des Polynoms $p(z) = z^5 + z^4 + z^3 + z^2 + z + 1$.

Tipp: Berechnen Sie dazu $(z-1)p(z)$.

3. Aufgabe 8 Punkte

Sei $a > 0$ und $f : [-a, a] \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion mit $\int_{-a}^{a} f(x)dx = 0$. Entscheiden Sie ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie Ihre Antwort! (Bei Gegenbeispielen genügt eine Skizze.)

a) Die Funktion f ist identisch null, d.h. $f(x) = 0$ für alle $x \in [-a, a]$.

b) Die Funktion f ist ungerade, d.h. $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in [-a, a]$.

c) Es gilt: $\int_{-a}^{a} f^2(x)dx = 0$.

d) Es existiert ein $x_0 \in [-a, a]$ mit $f(x_0) = 0$.

4. Aufgabe 8 Punkte

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ differenzierbar. Zeigen Sie, dass ein $x \in]-\frac{\pi}{2}, \frac{\pi}{2}[$ existiert mit

$$\cos^2(x)f'(x) = 2\sin(x)\cos(x)f(x)$$

Hinweis. Betrachte die Funktion $\cos^2(x)f(x)$ und verwende den Mittelwertsatz.

5. Aufgabe 8 Punkte

Es sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine zweimal differenzierbare Funktion mit $f''(x) + f(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$ und $f(0) = 0,\ f'(0) = 1$.

a) Zeigen Sie: f ist beliebig oft differenzierbar.

b) Bestimmen Sie die Taylorreihe von f mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.