Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 05/06
Förster, Kaibel, Penn-Karras, Pfetsch, Wittbold 23.02.2006

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **45 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe 10 Punkte

a) Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2x - \arctan \frac{1}{x+3}$ im Intervall $]0, 1[$ eine Nullstelle hat.

b) Begründen Sie, dass es keine weiteren Nullstellen gibt.

2. Aufgabe 9 Punkte

Zeigen Sie, dass die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2x + \cos x$ umkehrbar ist, und ermitteln Sie die Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle 1.

3. Aufgabe 9 Punkte

Notieren Sie für die folgenden Ausdrücke die Ansätze für die Zerlegung in reelle Partialbrüche. (Die Koeffizienten müssen nicht berechnet werden.)

a) $\dfrac{1}{(x^3-1)(x^2-1)}$ b) $\dfrac{x}{x^2-3x+2}$ c) $\dfrac{x^2-x-1}{(x+1)^3}$

4. Aufgabe 12 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind (ohne Begründung). Antworten Sie **nicht** auf diesem Klausurblatt. Jede richtige Antwort gibt zwei Punkte, jede falsche zwei Punkte Abzug. Minimale Punktzahl ist 0.

Seien $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ und $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetige Funktionen und $a, b \in \mathbb{R}$ mit $a < b$. Dann gilt:

a) Ist g differenzierbar in x_0, so ist auch $f \circ g$ differenzierbar in x_0.

b) Ist f streng monoton und hat g ein lokales Extremum in x_0, so hat auch $f \circ g$ in x_0 ein lokales Extremum.

c) Ist $\int\limits_{-\pi}^{\pi} f(x)\,dx = 0$, dann ist f eine ungerade Funktion.

d) $|\int\limits_a^b f(x)\,dx| \leq \int\limits_a^b |f(x)|\,dx$.

e) Ist $\lim\limits_{x\to\infty} f(x) = 0$, dann existiert das Integral $\int\limits_0^\infty f(x)\,dx$.

f) Ist f nicht injektiv, so ist auch $g \circ f$ nicht injektiv.