Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 06
Scherfner, Wagner 24.07.2006

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

Geben Sie bei Ihren Antworten in diesem Teil immer eine kurze Begründung an! Für Antworten ohne Begründung gibt es <u>keine</u> Punkte!

1. Aufgabe

6 Punkte

Machen Sie jeweils eine Skizze der folgenden Mengen.

a) $M_1 := \{z \in \mathbb{C} \mid \mathrm{Im}(z) \leq \mathrm{Re}(z)\}$

b) $M_2 := \{z \in \mathbb{C} \mid |z - 1 - i| \geq 1\}$

c) $M_3 := M_1 \bigcap M_2$

2. Aufgabe

10 Punkte

Sei $f(x) = \begin{cases} x^2 + 4x & \text{für } x \geq 2 \\ x^3 + 3x^2 - 8 & \text{für } x < 2 \end{cases}$.

a) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f stetig?

b) Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion f differenzierbar?

3. Aufgabe

12 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind.

a) Ist f eine stetige Funktion mit $\displaystyle\int_a^b f(x)dx = 0$ für alle $a, b \in \mathbb{R}$, dann ist $f(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

b) Sind $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k, \sum_{k=1}^{\infty} b_k$ konvergente Reihen, dann ist auch $\displaystyle\sum_{k=1}^{\infty} a_k b_k$ konvergent.

c) Sind die Funktionen $f : [0,1] \longrightarrow [0,1], g : [0,1] \longrightarrow [0,1]$ surjektiv, so ist auch $f \circ g$ surjektiv.

d) Seien $(a_k)_{k \in \mathbb{N}}$ eine Folge und $S_n = \displaystyle\sum_{k=0}^{n} a_k$. Konvergiert die Folge $(S_n)_{n \in \mathbb{N}}$, so muss die Reihe $\displaystyle\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ selbst nicht konvergieren.

4. Aufgabe

12 Punkte

a) Zeigen Sie unter Anwendung des Zwischenwertsatzes, dass die Funktion $f(x) = x^5 + x^3 + 1$ genau eine reelle Nullstelle hat. (Diese Nullstelle muss nicht ausgerechnet werden.)

b) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion auf dem Intervall $[a, b]$ mit $f(a) = f(b)$. Gibt es dann ein $c \in \,]a, b[\,$, so dass $f'(c) = 0$ ist?