Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS 08/09
Bärwolff/Böse/Penn-Karras/Tröltzsch 06. April 2009

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 7 Punkte

Sei $z_1 = e^{i\frac{3\pi}{4}}$ eine Lösung der Gleichung

$$z^4 = a\,.$$

a) Wieviele Lösungen besitzt die Gleichung in $\mathbb{C}$? Begründen Sie ihre Antwort.

b) Bestimmen Sie alle weiteren Lösungen der Gleichung. Skizzieren Sie die Lösungsmenge der Gleichung in der Gaußschen Zahlenebene.

c) Bestimmen Sie a.

2. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ definiert durch

$$f(x) = \begin{cases} ax + b\,, & x \in]-\infty, 0[\,, \\ x^2 + 2\,, & x \in [0, +\infty[\,. \end{cases}$$

Bestimmen Sie $a, b \in \mathbb{R}$ so, dass f in $x = 0$ differenzierbar ist. Geben Sie für solche a, b die Ableitung $f'(0)$ von f in $x = 0$ an.

3. Aufgabe

9 Punkte (3+3+3)

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr sind. Begründen Sie Ihre Antwort.

a) Die Funktion $f : [-1, 3] \to \mathbb{R}$, $f(x) = \ln(\sqrt{e^{\sin(x^2)}})$, besitzt ein globales Maximum.

b) Es sei die Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ gegeben durch $f(x) = \dfrac{1}{5}\cos(2x) + \frac{1}{6}\sin(2x)$. Dann gilt:

$$\int_0^\pi f(x)\cos(2x)\,dx = 0\,.$$

c) Es gibt eine ungerade Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, d.h. $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, für die das uneigentliche Integral $\int\limits_{-\infty}^{\infty} f(x)\,dx$ nicht existiert.

4. Aufgabe

7 Punkte

Zeigen Sie, dass es eine Zahl $x \in \mathbb{R}$ gibt, welche die Gleichung

$$\cos(x\pi) = 2^{x-2}$$

erfüllt.

Hinweis: Legen Sie alle Argumentationsschritte dar.

5. Aufgabe

10 Punkte

Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine beliebig oft differenzierbare Funktion mit $f^{(k)}(x) = 0$ für alle $k \in \mathbb{N}$, $k \geq 5$, und alle $x \in \mathbb{R}$.

a) Bestimmen Sie das Restglied $R_5(x)$ des Taylorpolynoms 5-ten Grades von f im Entwicklngspunkt $x_0 = 0$.

b) Folgern Sie aus a), dass f ein Polynom ist.

c) Ausserdem sei $f(0) = f''(0) = f^{(4)}(0) = 0$. Begründen Sie, warum f ungerade ist, d.h. $f(-x) = -f(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, und geben Sie ein solches Polynom an.