Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik SS 09
Böse / Hömberg / Karow 20.07.2009

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. **Geben Sie bei Ihren Antworten in diesem Teil immer eine kurze Begründung an! Für Antworten ohne Begründung gibt es keine Punkte!**

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 5 Punkte

Bestimmen Sie $a \in \mathbb{R}$, so dass die Funktion $g(x) = \begin{cases} \dfrac{\sin\left(\frac{\pi}{5}x\right)}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ a & \text{für } x = 0 \end{cases}$ stetig auf ganz $\mathbb{R}$ ist.

2. Aufgabe 8 Punkte

a) Beweisen Sie durch vollständige Induktion die Aussage $\sum_{k=1}^{n}(4k-2) = 2n^2$ für alle natürlichen Zahlen $n \geq 3$.

b) Seien A und x_0 reelle Zahlen mit $A > 0, x_0 > 0$. Die Folge $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ sei rekursiv definiert durch $x_{n+1} = \frac{1}{2}\left(x_n + \frac{A}{x_n}\right)$. Zeigen Sie, dass falls $(x_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergiert, so gilt $\lim_{n\to\infty} x_n = \sqrt{A}$.

3. Aufgabe 6 Punkte

Zeigen Sie, dass die Gleichung $x^5 + 3x = 3$ genau eine reelle Lösung hat.

4. Aufgabe 5 Punkte

Das Taylorpolynom 4. Grades einer Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ in dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$ ist gegeben durch $T_4(x) = 3(x-1)^4 - 5(x-1)^3 + 2(x-1)^2 - 7(x-1) + 6$.

a) Bestimmen Sie $T_2(x)$, das Taylorpolynom 2. Grades der Funktion f in dem Entwicklungspunkt $x_0 = 1$.

b) Bestimmen Sie die Tangentengleichung an den Graphen von f durch den Punkt $(1, f(1))$.

5. Aufgabe 16 Punkte

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Geben Sie eine Begründung an oder finden Sie ein Gegenbeispiel, **sonst gibt es keine Punkte!**

a) Ist $h'(x) \in [2,5]$ für alle $x \in [a,b]$, so ist h injektiv auf $]a,b[$.

b) Ist die Funktion f nicht differenzierbar in $x = 1$, so hat f kein Extremum in $x = 1$.

c) Ist $F'(x) = G'(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, so ist $F(x) = G(x)$.

d) $\lim_{n\to\infty} \frac{1}{n}\sum_{k=0}^{n-1} \sin\left(\frac{k}{n}\right) = 1 - \cos(1)$

e) Ist $\int_{-a}^{a} k(x)dx = 0$ für alle $a \in \mathbb{R}$, so ist $\int_{-\infty}^{\infty} k(x)dx = 0$.

f) $\int_{-2}^{2} \frac{dx}{x^2} = -1$

g) Die unendliche Reihe $\sum_{k=0}^{\infty}((-1)^k - \cos(k\pi))$ divergiert.

h) Die unendliche Reihe $\sum_{k=4}^{\infty} \frac{3k-6k^2}{10k+7}$ divergiert.