Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Böse / Hömberg / Karow

SS 09
05.10.2009

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. **Geben Sie bei Ihren Antworten in diesem Teil immer eine kurze Begründung an! Für Antworten ohne Begründung gibt es keine Punkte!**

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 8 Punkte

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, in denen die Funktion $g : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$g(x) = \begin{cases} \dfrac{x^2 - 2x - 3}{x^2 - 9} & \text{für } x \in \mathbb{R} \setminus \{-3; 3\} \\ 2/3 & \text{für } x = 3 \\ -2/3 & \text{für } x = -3 \end{cases}$$

stetig ist.

2. Aufgabe 5 Punkte

Gegeben sei ein komplexes Polynom $p(z) = z^3 + Az^2 + Bz$ mit reellen Koeffizienten A und B. Weiterhin sei $p(3 - 2i) = 0$, wobei i die imaginäre Einheit mit $i^2 = -1$ bezeichnet. Wieviele Nullstellen besitzt p? Bestimmen Sie alle Nullstellen von p.

3. Aufgabe 10 Punkte

Sei $h : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine differenzierbare Funktion mit der Eigenschaft $0 \leq h'(x) \leq h(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

a) Zeigen Sie, dass h eine monoton wachsende Funktion ist.

b) Zeigen Sie, dass $k(x) = e^{-x}h(x)$ eine monoton fallende Funktion ist.

c) Zeigen Sie: Gilt $h(x_0) = 0$ für ein $x_0 \in \mathbb{R}$, dann ist $h(x) = 0$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

(Hinweis: Betrachten Sie die zwei Fälle $x < x_0$ und $x \geq x_0$ separat. Benutzen Sie für den ersten Fall a) und für den zweiten Fall b).)

4. Aufgabe 7 Punkte

Die stetige Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ sei ungerade.

a) Zeigen Sie: $f(0) = 0$.

b) Bestimmen Sie von der Funktion $g\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, definiert durch

$$g(x) = x + \int_0^x f(t)\,dt,$$

das Taylorpolynom ersten Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.

5. Aufgabe 10 Punkte

Sind die folgenden Aussagen wahr oder falsch? Geben Sie eine Begründung an oder finden Sie ein Gegenbeispiel, **sonst gibt es keine Punkte!**

a) Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ heißt surjektiv, wenn es zu jedem $x \in \mathbb{R}$ ein $y \in \mathbb{R}$ gibt mit $f(x) = y$.

b) Es sei F eine stetige Funktion mit stetiger Ableitung F'. Dann gilt

$$\int F'(x)\cos(F(x))dx = \sin(F(x)) + C,$$

wobei C eine Konstante ist.

c) Ist die Funktion h stetig, so ist auch $H(x) = \frac{x}{1+h^2(x)}$ stetig.

d) Ist $|G|$ eine stetige Funktion, so ist auch G stetig.

e) Ist $g :]-1, 1[\to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, so besitzt g ein Maximum oder ein Minimum.