Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2012
G. Bärwolff · A. Gündel-vom Hofe · F. Tröltzsch 08.10.2012

Oktober – Klausur
Analysis 1 für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....
Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Insbesondere sind **keine Taschenrechner** und **keine Handys** zugelassen!

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Jedes Blatt muss mit Ihrem Namen und Ihrer Matrikelnummer beschriftet sein. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Geben Sie immer eine **kurze Begründung** und/oder den **vollständigen Rechenweg** an. Ohne Bezug Ihrer Antwort zur Aufgabe gibt es keine Punkte. „Nach dem Satz in der Vorlesung / im Tutorium / im Skript“ gilt nicht als Begründung. Der entsprechende Satz muss zitiert werden und es muss begründet werden, warum der Satz in der gegebenen Aufgabe angewendet werden kann.

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 30 von 60 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 30 Punkten erreicht werden.

Rechenteil

1	2	3	Σ

Verständnisteil

4	5	6	Σ

Ohne Begründung und/oder vollständigen Rechenweg gibt es keinen Punkt.

Rechenteil:

1. Aufgabe

12 Punkte

Berechnen Sie:

(a) $\int\limits_1^2 \frac{\ln x}{x}\,dx.$

(b) $\int\limits_0^\infty xe^{-x}\,dx$ mithilfe von partieller Integration.

(c) $\int\limits_2^3 \frac{5x^2+5x-4}{(x-1)(x^2+3x+2)}\,dx$ mithilfe einer Partialbruchzerlegung.

2. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ mit $f(x)=e^{-x}$.

(a) Berechnen Sie das Taylorpolynom 3. Grades von f um den Entwicklungspunkt $x_0=0$.

(b) Zeigen Sie, dass für das Restglied $R_4(x)$ und $x\in[-1,1]$ die Abschätzung $|R_4(x)|\leq\frac{1}{8}$ gilt. (Hinweis: Benutzen Sie dafür $e\leq 3$.)

3. Aufgabe

8 Punkte

Es sei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ die durch $f(x)=|x|\,,\ x\in[-\pi,\pi]$ definierte 2π-periodische Funktion. Berechnen Sie die zu f gehörenden Fourierkoeffizienten.

Verständnisteil:

4. Aufgabe

10 Punkte

(a) Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für alle $n\in\mathbb{N}$ gilt:

$$\sum_{k=0}^{n}\frac{1-k}{2^k}=\frac{n+1}{2^n}$$

(b) Benutzen Sie Teilaufgabe (a), um den Grenzwert der Folge

$$b_n=\sin\left(\frac{1}{n}\right)\frac{(-2)^n}{n}\sum_{k=0}^{n}\frac{k-1}{2^k}$$

zu bestimmen.

5. Aufgabe

12 Punkte

Sei $f:\mathbb{R}\to\mathbb{R}$ gegeben durch:

$$x\mapsto\begin{cases} x^2\cos\frac{1}{x}, & x\neq 0\\ 0, & x=0\end{cases}.$$

(a) Untersuchen Sie f auf Stetigkeit.

(b) Untersuchen Sie f auf Differenzierbarkeit.

6. Aufgabe

8 Punkte

$z_0=2+i$ ist eine Lösung der komplexen Gleichung $z^4=-7+24i$.

(a) Wieviele Lösungen $z\in\mathbb{C}$ besitzt die obige Gleichung? Begründen Sie ihre Antwort.

(b) Bestimmen Sie die weiteren Lösungen der obigen Gleichung.
