Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2013

Doz.: Gündel-vom Hofe, Hömberg, Ortgiese 15.7.2013

Ass.: Böttle, Meiner

Juli – Klausur
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4-Blatt mit Notizen sind keine weiteren Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. **Für jede Aufgabe bitte ein neues Blatt verwenden.** Auf jedes Blatt bitte Name und Matrikelnummer schreiben. Mit Bleistift oder Rotstift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Bitte geben Sie im Zweifelsfalle auch Ihre Schmierzettel ab und markieren Sie diese entsprechend.

Geben Sie im Rechenteil immer den **vollständigen Rechenweg** und im Verständnisteil, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze, aber vollständige Begründung** an. **Insbesondere soll immer klar werden, welche Sätze oder Theoreme verwendet wurden!** Ohne Begründung bzw. Rechenweg gibt es **keine Punkte!**

Die Bearbeitungszeit beträgt **90 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 30 Punkten bestanden, wobei in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 Punkte erreicht werden müssen.

Korrektur

1	2	3	Σ

4	5	6	Σ

Rechenteil

1. Aufgabe 12 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f : D_f \to \mathbb{R}, \quad \text{mit} \quad f(x) = \dfrac{x-4}{(x-7)^2}$.

a) Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich D_f sowie alle Nullstellen von f.

b) Berechnen Sie die Ableitung $f'(x)$ und untersuchen Sie f auf lokale Extremstellen.

c) Untersuchen Sie das Verhalten von f für $x \to \pm\infty$ sowie an möglichen Definitionslücken.

d) Skizzieren Sie den Graphen von f.

e) Untersuchen Sie f auf globale Extremstellen und geben Sie diese gegebenenfalls an.

2. Aufgabe 8 Punkte

Betrachten Sie die Funktion

$$f(x) = \frac{x^3 - 4x^2 + 4x - 1}{x^2 - 3x - 4} \,.$$

a) Führen Sie für f die Polynomdivision durch und bestimmen Sie die Partialbruchzerlegung für den Rest.

b) Geben Sie mit Hilfe der Partialbruchzerlegung eine Stammfunktion von f an.

3. Aufgabe 10 Punkte

Gegeben sei die 2-periodische Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, die durch $f(t) = 1 - |t|$ für $-1 \leq t < 1$ definiert ist.

a) Skizzieren Sie f auf dem Intervall $[-3, 3]$ und entscheiden Sie anhand der Zeichnung, ob die Funktion gerade oder ungerade ist.

b) Bestimmen Sie das reelle Fourierpolynom 3. Ordnung von f.

Verständnisteil

4. Aufgabe 10 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Grenzwerte:

$a)\ \lim\limits_{n\to\infty} \dfrac{n^2-4}{2n^2+10n+8} \qquad b)\ \lim\limits_{n\to\infty} \sqrt{n^2+n} - \sqrt{n^2-1} \qquad c)\ \lim\limits_{x\to-1} \dfrac{x^2+x}{x^2-1} \qquad d)\ \displaystyle\int_4^\infty \frac{1}{(x-3)^2}\,\mathrm{d}x$

5. Aufgabe 10 Punkte

Die Funktion f sei die Lösung der folgenden Differentialgleichung mit Anfangsbedingung:

$$f'(x) = 1 + \big(f(x)\big)^2, \quad f(0) = 0\,.$$

a) Zeigen Sie mit Hilfe der Differentialgleichung, dass f streng monoton wachsend ist.

b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 3. Grades von f in der Entwicklungsstelle $x_0 = 0$.

6. Aufgabe 10 Punkte

Entscheiden Sie, ob die folgenden Aussagen wahr oder falsch sind. Begründen Sie ihre Antwort oder geben Sie gegebenenfalls ein Gegenbeispiel an.

a) Jede divergente Folge ist unbeschränkt.

b) Ist $|f|$ eine stetige Funktion, so ist auch f stetig.

c) Ist $f :]-1, 1[\to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion, so besitzt f ein Maximum oder ein Minimum.

d) Jedes Polynom mit reellen Koeffizienten vom Grad 5 besitzt mindestens eine reelle Nullstelle.

e) Die Gleichung $\cos(x) = x$ besitzt eine reelle Lösung in dem Intervall $[0, \pi]$.