TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN WS 00/01
Fachbereich 3 - Mathematik 19.2.2001
Ferus / Krumke / Hauser

Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Ich **wünsche** den Aushang der Ergebnisse meiner Klausur unter Angabe meiner Matr.–Nr. am Schwarzen Brett und im WWW[1] **Ja / Nein**[2]

Unterschrift

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen. Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden. Die Gesamtklausur ist mit 16 von 40 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindesten 5 von 20 Punkten erreicht werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie immer eine **kurze Begründung** an. Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

1	2	3	4	$\sum$

[1] http://www.math.tu-berlin.de/HM/AnalysisI/Aktuell/ING/klausuren.html

[2] Unzutreffendes bitte steichen. Falls “Nein” nicht durchgestrichen ist oder die Unterschrift fehlt, wird das Ergebniss nicht ausgehängt.

1. Aufgabe (6 Punkte)

Gesucht sind Lösungen der Gleichung $(\cos x)e^x = \sin x$.

a) Zeigen Sie: Die Gleichung hat eine Lösung $x^* \in [0, 3\pi]$.

b) Gibt es in dem Intervall $[0, 3\pi]$ genau eine Lösung?

2. Aufgabe (4 Punkte)

Die Potenzreihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k(z+1)^k$ habe den Konvergenzradius 3.

a) Welchen Wert hat $\lim_{k\to\infty} \left|\frac{a_k}{a_{k+1}}\right|$, falls dieser Grenzwert existiert?

b) Skizzieren Sie die Menge derjenigen $z \in \mathbb{C}$, für welche man weiß, dass die Potenzreihe dort konvergiert.

c) Wir definieren $f :]-2, 0[\to \mathbb{R}$ durch $f(x) := \sum_{k=0}^{\infty} a_k(x+1)^k$.
Warum ist f differenzierbar? Bestimmen Sie die Taylorreihe der Ableitung zum Entwicklungspunkt -1.

3. Aufgabe (4 Punkte)

Berechnen Sie die Ableitung der Funktion

$$f :]0, \infty[\to \mathbb{R}, \qquad x \mapsto x^x$$

und erkären Sie dabei kurz jeden einzelnen Schritt.

4. Aufgabe (6 Punkte)

Welche der folgenden Aussagen sind falsch, welche sind richtig? Geben Sie jeweils an, ob die Aussage stimmt (hier ausnahmsweise ohne weitere Begründung), oder finden Sie ein Gegenbeispiel, das die Aussage widerlegt.

a) Jede Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ mit $|a_n - 5| \leq 1$ für alle n ist konvergent.

b) Sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim_{n\to\infty} b_n = 0$. Dann konvergiert auch $\sum_{n=0}^{\infty} b_n$.

c) Sei $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim_{n\to\infty} c_n = 0$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(0) = 1$. Falls $\lim_{n\to\infty} f(c_n) = 1$ gilt, so ist f stetig an der Stelle 0.