**TECHNISCHE UNIVERSITÄT BERLIN** WS 2002/03
FAKULTÄT II - INSTITUT FÜR MATHEMATIK Stand: 20.03.03
Dozenten: Adams, Bärwolff, Förster, Plato, Tröltzsch

# Lösungen zur Februar-Vollklausur, Verständnisteil, B
# „Analysis I für Ingenieure“

(ohne Gewähr)

---

**Verständnisteil**

**Aufgabe 1** (4 Punkte)

**a)**

Ein Gegenbeispiel zu $a < b, c \geq 0 \Rightarrow ac < bc$ ist $a = 1, b = 2, c = 0$.

**b)**

Ein Gegenbeispiel zu $a < b \Rightarrow |a| < |b|$ ist $a = -2, b = 1$.

**Aufgabe 2** (7 Punkte)

| | richtig | falsch |
|---|---|---|
| $(a_n)$ beschränkt, $(b_n) \to -\infty \quad \Longrightarrow \quad (a_n + b_n) \to -\infty$ | x | |
| $(a_n)$ konvergent gegen $a \neq 0$, $(b_n)$ divergent $\quad \Longrightarrow \quad (a_n \cdot b_n)$ divergent | x | |
| $(a_n)$ Nullfolge $\quad \Longrightarrow \quad \sum_{n=1}^{\infty}(-1)^n a_n$ konvergent | | x |
| $(a_n) \to -\infty$, $(b_n) \to \infty \quad \Longrightarrow \quad (a_n + b_n) \to 0$ | | x |
| $(a_n)$ konvergent, $(b_n)$ divergent $\quad \Longrightarrow \quad (a_n + b_n)$ divergent | x | |
| $(a_n)$ Nullfolge, $(b_n)$ beschränkt $\quad \Longrightarrow \quad (a_n \cdot b_n)$ Nullfolge | x | |
| $(a_n)$ beschränkt, $(b_n) \to \infty \quad \Longrightarrow \quad (a_n + b_n) \to \infty$ | x | |

**Aufgabe 3** (8 Punkte)

Es ist $\lim\limits_{x \to \pi-} = \frac{\sin|x-\pi|}{\pi - x} = \lim\limits_{x \to \pi-} = \frac{\sin(x-\pi)}{x-\pi} = 1$

und $\lim\limits_{x \to \pi+} = \frac{\sin|x-\pi|}{\pi - x} = \lim\limits_{x \to \pi+} = \frac{\sin(x-\pi)}{-(x-\pi)} = -1$

Da diese beiden Grenzwerte verschieden sind, ist $f$ in $x = \pi$ nicht stetig und auch nicht stetig ergänzbar.

**Aufgabe 4** (6 Punkte)

Man kann daraus n i c h t schliessen, dass $p$ reelle Koeffizienten hat.

Gegenbeisp.: $p(z) = i(z - i)(z + i) = iz^2 + i$.

**Aufgabe 5** (7 Punkte)

$x = 1$ ist Randpunkt. Daraus folgt, dass der Konvergenzradius $R = |1 - \frac{1}{3}| = \frac{2}{3}$ ist.

Für $x = -2$ gilt: $|-2 - \frac{1}{3}| = \frac{7}{3} > \frac{2}{3} \quad \Rightarrow$ Divergenz

Für $x = -\frac{1}{3}$ gilt: $|-\frac{1}{3} - \frac{1}{3}| = \frac{2}{3} = R \quad \Rightarrow$ Randpunkt $\Rightarrow$ keine Aussage möglich

Für $x = 0$ gilt: $|0 - \frac{1}{3}| = \frac{1}{3} < \frac{2}{3} \quad \Rightarrow$ Konvergenz

**Aufgabe 6** (8 Punkte)

$f(x) = \sqrt{x}$ mit $x \in [0,4]$

$f(x)$ ist differenzierbar, also ist der Mittelwertsatz anwendbar:

$\exists\ \xi \in\ ]\,0,4\,[$ für das gilt: $\frac{f(4)-f(0)}{4-0} = f'(\xi)$

$\frac{f(4)-f(0)}{4-0}$ gibt die Steigung der Sekante durch $(4, f(4))$ und $(0, f(0))$ an.

Es gilt: $f'(\xi) = \frac{1}{2\sqrt{\xi}}$

Man erhält somit: $\frac{\sqrt{4}-\sqrt{0}}{4-0} = \frac{1}{2\sqrt{\xi}} \Leftrightarrow \xi = 1$