B

Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik
Felsner, Grigorieff, Penn-Karras

SS 2003
21.7.03

Juli – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Geben Sie alle Lösungen der Gleichung $z^4 = 81$ in Polarkoordinaten an.

2. Aufgabe — 12 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind falsch, welche sind richtig? Begründen Sie jeweils, warum die Aussage stimmt oder finden Sie ein Gegenbeispiel, das sie widerlegt.

a) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $a_n \geq 0$ für alle $n \in \mathbb{N}$. Es gelte außerdem $|\sum_{n=0}^{N} a_n| \leq \frac{1}{300}$ für alle $N \in \mathbb{N}$. Dann ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent.

b) Sei $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim\limits_{n\to\infty} b_n = 0$. Dann konvergiert $\sum\limits_{n=0}^{\infty}(-1)^n b_n$.

c) Sei $(c_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit $\lim\limits_{n\to\infty} c_n = 0$ und $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine Funktion mit $f(0) = 2$. Falls $\lim\limits_{n\to\infty} f(c_n) = 2$ gilt, so ist f stetig an der Stelle 0.

3. Aufgabe — 6 Punkte

Eine Funktion $f :]-1, 3[\to \mathbb{R}$ sei durch die konvergente Potenzreihe

$$f(x) := \sum_{k=0}^{\infty} a_k (x-1)^k$$

definiert. Ist f differenzierbar? Bestimmen Sie die Taylorreihe der Ableitung zum Entwicklungspunkt 1.

4. Aufgabe — 8 Punkte

Welche der folgenden Aussagen sind falsch, welche sind richtig? Begründen Sie bzw. finden Sie ein Gegenbeispiel.

a) Sei $f :]0, 1[\to \mathbb{R}$ stetig. Dann hat f ein Maximum.

b) Sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ stetig. Dann ist f auch differenzierbar.

5. Aufgabe — 8 Punkte

a) Über die Potenzreihe $\sum_{n=1}^{\infty} a_n (z+1)^n$ sei bekannt, dass sie im Punkt $z = i$ konvergiert. Was kann man über die Konvergenz der Reihe in den Punkten $1+i$, $-1-i$, $-i$, 2 und -2 aussagen?

b) Was kann man über die Konvergenz der Reihe in den Punkten aussagen, wenn zusätzlich bekannt ist, dass die Reihe in $z = i$ nicht absolut konvergiert?