Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik SS 2003
Felsner, Grigorieff, Penn-Karras 13.10.03

Oktober – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....
Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe 10 Punkte

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und finden Sie ein Gegenbeispiel für alle falschen Aussagen. (Ist eine Aussage Ihrer Meinung nach falsch, so bekommen Sie nur dann Punkte für Ihre Antwort, wenn Sie auch ein Gegenbeispiel angeben.) Es seien stets a, a_n reelle Zahlen.

(1) Sei $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ eine Folge mit der Eigenschaft, dass die Folge $(a_n - a)_{n\in\mathbb{N}}$ monoton fällt. Dann gilt $\lim_{n\to\infty} a_n = a$.

(2) $\lim_{n\to\infty} a_n = a$ bedeutet, dass die Folge $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ dem Grenzwert a beliebig nahe kommt, ihn aber nie erreicht.

(3) Wenn eine Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$ konvergiert, so konvergiert auch ihre Partialsummenfolge $s_n = \sum_{k=0}^{n} a_k$.

(4) Wenn die Partialsummenfolge $s_n = \sum_{k=0}^{n} a_k$ konvergiert, so konvergiert auch die Reihe $\sum_{k=0}^{\infty} a_k$.

(5) Wenn eine Reihe $\sum_{k=0}^{\infty}(-1)^k a_k$ konvergiert, dann ist die Folge $(a_k)_{k\in\mathbb{N}}$ eine monoton fallende Nullfolge.

2. Aufgabe 9 Punkte

Untersuchen Sie folgende Reihen auf Konvergenz und bestimmen Sie gegebenenfalls ihren Grenzwert.

$$(1)\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{200^n}{(n+1)!}; \qquad (2)\quad \sum_{n=1}^{\infty} (-1)^n \cdot (2 + \frac{1}{\sqrt{n}}); \qquad (3)\quad \sum_{n=0}^{\infty} \frac{8^{n+1}}{3^{2n+1}}.$$

3. Aufgabe 6 Punkte

Skizzieren Sie die Lösungsmenge der Ungleichung in der komplexen Ebene.

$$|(2+i)(z-1)| \leq |1-2i|.$$

4. Aufgabe 9 Punkte

Geben Sie an, welche der folgenden Aussagen richtig oder falsch sind, und finden Sie ein Gegenbeispiel für alle falschen Aussagen. (Ist eine Aussage Ihrer Meinung nach falsch, so bekommen Sie nur dann Punkte für Ihre Antwort, wenn Sie auch ein Gegenbeispiel angeben.)

(1) Eine stetige Funktion auf dem offenen Intervall]0,1[besitzt kein Maximum.

(2) Jede differenzierbare Funktion ist stetig.

(3) Eine Funktion $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ ist monoton steigend, wenn gilt $f(x) \leq f(x+1)$ für alle $x \in \mathbb{R}$.

5. Aufgabe 6 Punkte

Finden Sie eine obere und untere Abschätzung für das Integral $\int_{-1}^{1} \exp(x^2)\,dx$. (Das Integral soll nicht berechnet werden!)