Technische Universität Berlin
Fakultät II – Institut für Mathematik
Ferus, Fuhrmann, Rambau, Steinbach, Vredeveldt

WS 03/04
23. Februar 2004

Februar – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

7 Punkte

Eine Lösung der Gleichung

$$z^4 = -7 + 24i$$

ist $z_0 = 2 + i$. Geben Sie alle weiteren Lösungen an.

2. Aufgabe

7 Punkte

Berechnen Sie den Grenzwert

$$\lim_{x\to\infty} \frac{\ln(x+1) + \cos x}{\ln(x-1)} \,.$$

Kann er direkt mit der Regel von l'Hospital berechnet werden?

3. Aufgabe

5 Punkte

Entscheiden Sie im Folgenden jeweils ohne Begründung ob die Aussage wahr oder falsch ist. Dabei sei $f : \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ eine stetige Funktion.

	wahr	falsch
$\lim_{x\to\infty} f(x) = 0 \;\Rightarrow\; \int_1^\infty \lvert f(x)\rvert \; dx < \infty$		
$\alpha \in \mathbb{R},\ \alpha > 2 \;\Rightarrow\; \int_1^\infty \frac{dx}{x^\alpha}$ existiert		
$\int_a^b f(x) \; dx > 0 \Rightarrow f(x) > 0$ für alle $x \in [a,b]$		
$\int_a^b \lvert f(x)\rvert \; dx = 0 \;\Rightarrow\; f(x) = 0$ für alle $x \in [a,b]$		
$\int_a^b f(x) \; dx = \int_a^b g(x) \; dx \Rightarrow f(x) = g(x)$ für alle $x \in [a,b]$		

(Für jede richtige Antwort gibt es einen Punkt, für jede falsche Antwort wird ein Punkt abgezogen. Jede Nichtbeantwortung wird mit null Punkten gewertet. Die Punktsumme wird zu null gesetzt falls sie negativ ist.)

4. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$,

$$f(x) = \arctan x - \ln(1 + x^2).$$

Zeigen Sie: Für $x \in [\frac{1}{2}, 1]$ gilt $f(x) \geq \frac{\pi}{4} - \ln 2$.

5. Aufgabe

7 Punkte

Stellen Sie fest, ob die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = 1 + x + \sinh(x)$ umkehrbar ist. Falls dies der Fall ist, bestimmen Sie die Ableitung der Umkehrfunktion an der Stelle $y_0 = 1$.

6. Aufgabe

7 Punkte

Es sei f ein trigonometrisches Polynom, d.h.

$$f(x) = \frac{a_0}{2} + \sum_{k=1}^{n} \big(a_k \cos(k\omega x) + b_k \sin(k\omega x)\big), \quad \omega = \frac{2\pi}{T},$$

und es sei $a_0 = 0$. Welchen Wert hat das Integral $\int_0^T f(x) \; dx$?