

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Für welche $x \in \mathbb{R}$ ist die Funktion $f : \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} x \cos \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ 0 & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

differenzierbar?

2. Aufgabe

8 Punkte

Untersuchen Sie jeweils, ob die Aussage *wahr* ist (ohne Begründung) oder finden Sie ein Gegenbeispiel, das die Aussage *widerlegt*.

(a) Seien (a_n) und (b_n) Folgen mit $(a_n) \rightarrow -\infty$, $(b_n) \rightarrow \infty$.
Dann gilt $(a_n + b_n) \rightarrow 0$

(b) Sei f eine ungerade, p -periodische Funktion. Dann gilt $\int_0^{4p} f(x) dx = 0$

(c) Das Integral einer stetigen Funktion ist genau dann gleich null, wenn die Funktion überall null ist.

(d) Sei $p(x)$ ein Polynom und $p_4(x)$ sein Taylorpolynom 4. Grades mit beliebig gewähltem Entwicklungspunkt. Dann gilt: Ist der Grad von $p(x)$ höchstens 4, so ist das Restglied von $p_4(x)$ gleich null.

3. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie näherungsweise den Funktionswert $\sin\left(\frac{\pi}{2} + \frac{1}{10}\right)$ mittels Taylorapproximation. Der Fehler Ihrer Näherung soll dabei kleiner sein als 10^{-5} .

4. Aufgabe

7 Punkte

Ein Polynom 2. Grades hat bei $x_0 = 2$ ein lokales Extremum und an der Stelle $x_1 = 1$ die Tangente $t(x) = -6x + 6$. Geben Sie dieses Polynom an.

5. Aufgabe

6 Punkte

Zeigen Sie, dass $\tan^2 x$ und $\frac{1}{\cos^2 x}$ dieselbe Ableitung haben und folgern Sie daraus eine Beziehung zwischen diesen beiden Funktionen.

6. Aufgabe

6 Punkte

Skizzieren Sie alle Lösungen der folgenden Ungleichung in der komplexen Zahlenebene.

$$|z - i| \geq |z + 2 + i|$$