

Februar – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Beweisen Sie mittels vollständiger Induktion:

Für $n \in \mathbb{N}, n \geq 2$ gilt

$$\sum_{k=2}^n \frac{k}{2^{k-1}} = 3 - \frac{n+2}{2^{n-1}}.$$

2. Aufgabe

4 Punkte

Untersuchen Sie das Konvergenzverhalten der Folge $(a_n)_{n \in \mathbb{N}}$ und berechnen Sie bei Konvergenz den Grenzwert.

$$a_n = \frac{1}{n+1} \left[3n - \frac{(n - \arctan n)^3}{2n^2 + 1} \right]$$

3. Aufgabe

5 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f(x) = \sqrt{\frac{1+x}{1-x}}$.

Geben Sie für $f(x)$ den maximalen Definitionsbereich an. Ermitteln Sie die Ableitung $f'(x)$ und vereinfachen Sie diese so weit wie möglich.

4. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie das Taylor-Polynom 2. Grades für die Funktion $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$, $f(x) = \cos(1-x) - x^2$ an der Stelle $x_0 = 1$ und berechnen Sie mit Hilfe dieses Polynoms den Funktionswert $f(\frac{3}{2})$ näherungsweise (ohne Restgliedabschätzung).

5. Aufgabe

11 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R} \setminus \{-1\} \rightarrow \mathbb{R}$. $f(x) = \frac{3}{2}x^2 - 4x - \frac{4}{x+1}$.

- Bestimmen Sie alle lokalen Extrema von f .
- Besitzt f ein globales Extremum?

6. Aufgabe

8 Punkte

Bestimmen Sie die folgenden Integrale.

$$\text{a) } \int \frac{x}{x^2 + x - 2} dx \quad \text{b) } \int_1^{\infty} \frac{dx}{\sqrt{x} + x\sqrt{x}}.$$