

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

8 Punkte

Gegeben sei die Funktion

$$f : \mathbb{R} \setminus \{1\} \rightarrow \mathbb{R}, \quad f(x) = \frac{1+x}{1-x}.$$

Zeigen Sie mit vollständiger Induktion, dass für die n -te Ableitung von f gilt:

$$f^{(n)}(x) = \frac{2n!}{(1-x)^{n+1}}, \quad n \in \mathbb{N}, \quad n \geq 1.$$

2. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie für die folgende Funktion das Taylorpolynom 3. Grades mit Entwicklungspunkt $x_0 = 0$ inklusive Restglied:

$$f(x) = e^{1-x}.$$

3. Aufgabe

10 Punkte

Berechnen Sie die folgenden Integrale:

$$\begin{array}{lll} \text{a) } \int \frac{2x}{1+x^2} dx, & \text{b) } \int \frac{\ln x}{x} dx, & \text{c) } \int x e^{x^2} dx, \\ \text{d) } \int \cos x e^x dx, & \text{e) } \int \frac{3}{(x^2+6x+9)^2} dx. & \end{array}$$

4. Aufgabe

6 Punkte

Stellen Sie folgende komplexe Zahl in der Form $a + ib$ dar:

$$\left(\frac{2+4i}{3+i} \right)^{2006}$$

5. Aufgabe

8 Punkte

Berechnen Sie die Fourierreihe der 2π -periodischen Funktion

$$f(x) = \begin{cases} -1 & , \text{ falls } -\pi < x < 0 \\ 0 & , \text{ falls } x \in \{-\pi, 0, \pi\} \\ 1 & , \text{ falls } 0 < x < \pi \end{cases} .$$