

Februar – Klausur (Verständnisteil)  
Analysis I für Ingenieure

Name: ..... Vorname: .....  
Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	4	5	6	$\Sigma$

### 1. Aufgabe

5 Punkte

Zeigen Sie, dass die Funktion  $f: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  mit  $f(x) = 1 + x - \frac{1}{2} \sin x$  auf  $\mathbb{R}$  umkehrbar ist und ermitteln Sie die Werte  $f^{-1}(1)$  und  $(f^{-1})'(1)$ .

### 2. Aufgabe

7 Punkte

Ist die Funktion  $f: [0, \infty[ \rightarrow \mathbb{R}$  mit

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-1}{x-1} & \text{für } x \neq 1 \\ \frac{1}{2} & \text{für } x = 1 \end{cases}$$

in  $x = 1$  differenzierbar? Ermitteln Sie ggf.  $f'(1)$ .

### 3. Aufgabe

9 Punkte

Ermitteln Sie, welche der folgenden uneigentlichen Integrale konvergent und welche divergent sind. Die Werte der konvergenten Integrale sind nicht zu berechnen.

a)  $\int_1^{\infty} x \sin \frac{1}{x} dx$       b)  $\int_1^{\infty} \frac{dx}{x^2 + \sqrt{x}}$       c)  $\int_0^1 \frac{dx}{x \cdot \sin x}$

### 4. Aufgabe

5 Punkte

Gegeben sei das trigonometrische Polynom

$$f(x) = \frac{1}{2} - \frac{1}{3} \cos x + \frac{1}{4} \sin x - \frac{1}{5} \cos(2x) + \frac{1}{6} \sin(2x).$$

Welchen Wert hat das Integral  $\int_0^{2\pi} f(x) \cos x dx$ ?

### 5. Aufgabe

8 Punkte

Welche der Folgen  $(z_n)_{n \in \mathbb{N}}$  sind konvergent? Geben Sie bei Konvergenz den Grenzwert an.

a)  $z_n = \frac{1}{3^n} (2^n + (-2)^n)$       b)  $z_n = e^{ni}$       c)  $z_n = i \cdot \arctan \frac{n^2}{n+1}$   
d)  $z_n = \left(\frac{\sqrt{2}}{4} + i \cdot \frac{\sqrt{2}}{4}\right)^n$

### 6. Aufgabe

6 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind (ohne Begründung). Antworten Sie **nicht** auf diesem Klausurblatt. Jede richtige Antwort gibt einen Punkt, jede falsche einen Punkt Abzug. Minimale Punktzahl ist 0.

Die Funktionen  $f, g: \mathbb{R} \rightarrow \mathbb{R}$  seien differenzierbar.

Dann gilt:

- Ist  $f'(x_0) = 0$ , dann hat  $f$  in  $x_0$  ein lokales Extremum.
- Ist  $f$  periodisch, dann ist auch  $f'$  periodisch.
- Ist  $f$  streng monoton, dann ist auch  $f'$  streng monoton.
- Ist  $f$  ungerade, dann ist  $f'$  gerade.
- Ist  $f'$  nicht beschränkt, so ist auch  $f$  nicht beschränkt.
- Ist  $f'(x) < g'(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ , dann ist auch  $f(x) < g(x)$  für alle  $x \in \mathbb{R}$ .