Technische Universität Berlin

Fakultät II – Institut für Mathematik WS06/07

Bärwolff, Roegner, Schmies, Trunk 02.04.2007

April – Klausur (Verständnisteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: .... Vorname: ....

Matr.–Nr.: .... Studiengang: ....

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **60 Minuten**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe 6 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit

$$f(x) = \begin{cases} \arctan \frac{1}{x} & \text{für } x \neq 0 \\ \frac{\pi}{2} & \text{für } x = 0 \end{cases}$$

Bestimmen Sie $f'(x)$ für alle $x \in \mathbb{R}$, für die die Funktion f differenzierbar ist.

2. Aufgabe 8 Punkte

a) Geben Sie $(1-i)^{12}$ in der Form $a + bi$ an.

b) $z_0 = 1 - i$ sei eine Lösung der Gleichung $z^4 + w = 0$.
Ermitteln Sie w.
Bestimmem Sie dann alle weiteren Lösungen der Gleichung.

3. Aufgabe 6 Punkte

Bestimmen Sie die Fourierreihe der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$ mit $f(x) = 2+\cos^2 x$.

4. Aufgabe 8 Punkte

Notieren Sie für die folgenden Ausdrücke die Ansätze für die Zerlegung in reelle Partialbrüche. Die Koeffizienten sind nicht zu berechnen.

a) $\dfrac{x}{(x+1)(x^2-2)}$ b) $\dfrac{2x-1}{(x-2)^2}$ c) $\dfrac{x^3-x^2}{x^4-1}$

5. Aufgabe 5 Punkte

Eine reelle Potenzreihe mit Entwicklungspunkt $\frac{1}{2}$ sei für $x = -\frac{1}{2}$ konvergent und für $x = \frac{3}{2}$ divergent.
Geben Sie den Konvergenzradius an.
Was kann man über das Konvergenzverhalten in den Punkten $x = 0$, $x = \frac{1}{2}$ und $x = 1$ sagen?

6. Aufgabe 7 Punkte

Entscheiden Sie, ob folgende Aussagen wahr oder falsch sind (ohne Begründung).
Antworten Sie **nicht** auf diesem Klausurblatt. Jede richtige Antwort gibt einen Punkt, jede falsche einen Punkt Abzug. Minimale Punktzahl ist 0.

a) Jede nicht monotone Folge ist divergent.

b) Jede konvergente Folge ist beschränkt.

c) Ist $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ beschränkt und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent, so ist die Folge $(a_n b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent.

d) Sind die Folgen $(a_n)_{n\in\mathbb{N}}$ und $(b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent, dann ist auch die Folge $(a_n + (-1)^n b_n)_{n\in\mathbb{N}}$ konvergent.

e) Ist $p(z)$ ein Polynom mit reellen Koeffizienten und hat $p(z)$ nur komplexe Nullstellen (mit nicht verschwindendem Imaginärteil), so ist der Grad von $p(z)$ gerade.

f) Jedes Polynom ungeraden Grades hat mindestens eine reelle Nullstelle.

g) Zu der Funktion $f\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, $f(x) = \frac{x^2}{1+|x|}$ existiert die Umkehrfunktion $f^{-1}\colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$.