

April – Klausur (Rechenteil)
Analysis I für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	Σ

1. Aufgabe

6 Punkte

Bestimmen Sie alle $x \in \mathbb{R}$, welche die Ungleichung

$$\sqrt{x^2 + 1} \leq 2x$$

erfüllen.

2. Aufgabe

10 Punkte

a) Berechnen Sie:

$$(i) \int \frac{x^2 + 2x + 1}{x^2 + 1} dx, \quad (ii) \int_1^e \frac{1}{x} \ln(x) dx.$$

b) Untersuchen Sie das Integral

$$\int_0^1 \frac{1}{(1-x)^2} dx$$

auf Konvergenz.

3. Aufgabe

6 Punkte

Berechnen Sie folgende Grenzwerte:

$$a) \lim_{n \rightarrow \infty} \frac{n^3 + \sqrt{n} + \cos(2n + 1)}{2n^3 + n\pi + 1}, \quad b) \lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos(x)}{\sin(x^2)}.$$

4. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei die Funktion

$$f(x) = \frac{\ln(x)}{x}.$$

- Bestimmen Sie den maximalen Definitionsbereich von f .
- Untersuchen Sie f auf lokale und globale Extrema!

5. Aufgabe

9 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f :]-\infty, 1[\rightarrow \mathbb{R}$ definiert durch $f(x) = \ln(1-x)$.

a) Zeigen Sie, dass für alle $n \in \mathbb{N}$, $n \geq 1$, gilt:

$$f^{(n)}(x) = -\frac{(n-1)!}{(1-x)^n}.$$

b) Bestimmen Sie das Taylorpolynom 3. Grades von f im Entwicklungspunkt $x_0 = 0$.