

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Ich habe erfolgreich Hausaufgabenpunkte gesammelt im SS / WS
bei TutorIn

Neben einem handbeschriebenen A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	Σ

1. Aufgabe

10 Punkte

Die Funktion $f : \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit

$$f(x, y) = \begin{cases} xy \frac{x^2 - y^2}{x^2 + y^2} & \text{für } (x, y) \neq (0, 0) \\ 0 & \text{für } (x, y) = (0, 0) \end{cases}$$

ist auf ganz \mathbb{R}^2 stetig.

- Berechnen Sie die partiellen Ableitungen $f_x(x, y)$ und $f_y(x, y)$ an allen Punkten aus \mathbb{R}^2 (bei $(0, 0)$ nach der Definition, sonst mittels Ableitungsregeln).
- Berechnen Sie die gemischten zweiten partiellen Ableitungen $(f_x)_y(0, 0)$ und $(f_y)_x(0, 0)$ (nach der Definition).

2. Aufgabe

10 Punkte

Bestimmen Sie von der Funktion $f(x, y) = x^3 + 8y^3 - 6xy + 1$ alle lokalen Extremstellen und Sattelpunkte und charakterisieren Sie die Extremwerte.

3. Aufgabe

7 Punkte

Gegeben sei die Fläche $F = \{(x, y, z) \in \mathbb{R}^3 \mid x^2 + y^2 = 2z, z \leq 2\}$. Bestimmen Sie das Volumen V des innerhalb von F eingeschlossenen Körpers. Fertigen Sie eine Skizze von F an.

4. Aufgabe

13 Punkte

Die Funktion $z = 1 - y^2$, $y \in [0, 1]$ rotiere um die z -Achse. Gegeben sei ferner das Vektorfeld $\vec{v} : \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} y \\ -x \\ x + y + z \end{pmatrix}.$$

- Berechnen Sie den Fluss von $\text{rot } \vec{v}$ durch die Mantelfläche des entstandenen Rotationskörpers auf direktem Weg.
- Berechnen Sie den Fluss von $\text{rot } \vec{v}$ durch die Mantelfläche wie bei a) noch einmal, indem Sie einen geeigneten Integralsatz anwenden. Geben Sie den Satz dazu an.
Beachten Sie alle Voraussetzungen des Satzes.