

Oktober – Klausur (Rechenteil)
Analysis II für Ingenieure

Name: Vorname:

Matr.-Nr.: Studiengang:

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Rechenaufgaben. Geben Sie immer den **vollständigen Rechenweg** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

Die Gesamtklausur ist mit 40 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 12 von 40 Punkten erreicht werden.

Korrektur

1	2	3	4	5	6	Σ

1. Aufgabe

5 Punkte

Berechnen Sie die Funktionalmatrix der Abbildung

$$f: \mathbb{R}^2 \setminus \{(0, 0)\} \rightarrow \mathbb{R}^3 \quad \text{mit} \quad \vec{f}(x, y) = \begin{pmatrix} e^{y \cos x} \\ y^2 \sin^2 x \\ x \ln(x^2 + y^2) \end{pmatrix}$$

.

2. Aufgabe

5 Punkte

Für das Vektorfeld $\vec{v}: \mathbb{R}^3 \rightarrow \mathbb{R}^3$ mit

$$\vec{v}(x, y, z) = \begin{pmatrix} y^2 \cos x \\ e^{2z} + 2y \sin x \\ 2ye^{2z} \end{pmatrix}$$

gilt $\text{rot } \vec{v} = \vec{0}$. Ermitteln Sie ein Potenzial von \vec{v} .

3. Aufgabe

10 Punkte

Gegeben sei die Funktion $f: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ mit $f(x, y) = x^2 - xy + y^2 - 1$ und der Bereich $B = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 8\}$.

Begründen Sie, dass f auf B einen kleinsten und einen größten Funktionswert annimmt, und ermitteln Sie diese beiden Werte.

4. Aufgabe

6 Punkte

Berechnen Sie das Kurvenintegral $\int_{\vec{c}} \vec{v} \cdot d\vec{s}$ für das Vektorfeld $\vec{v}: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}^2$

mit $\vec{v}(x, y) = \begin{pmatrix} x^2 - y \\ xy \end{pmatrix}$ längs der Kurve \vec{c} ,

wobei \vec{c} die Verbindungsstrecke vom Punkt $(1, 1)$ zum Punkt $(0, 2)$ ist.

5. Aufgabe

9 Punkte

B sei der Bereich im 1. Quadranten der xy -Ebene, der durch den Kreis $x^2 + y^2 = 2$, die Parabel $y = x^2$ sowie die x -Achse berandet wird.

Berechnen Sie $\iint_B x \, dx dy$.

6. Aufgabe

5 Punkte

Berechnen Sie die Länge der parametrisierten Kurve $\vec{c}: [1, e] \rightarrow \mathbb{R}^2$ mit $\vec{c}(t) = (\sin \ln t, \cos \ln t)^T$.