

**Juli – Klausur (Verständnisteil)**  
**Analysis III für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....  
Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Neben einem beidseitig handbeschriebenen Din-A4 Blatt mit Notizen sind keine Hilfsmittel zugelassen.

Bei jeglichem Täuschungsversuch gilt die Klausur als **nicht** bestanden.

Die Lösung jeder Aufgabe ist in **Reinschrift** auf einem separaten Din-A4 Blatt abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

1	2	3	$\Sigma$

## 1. Aufgabe

15 Punkte

Berechnen Sie das Integral  $\int_C f(z) dz$  für folgende Funktionen  $f$  und Wege  $C$ :

- a)  $f(z) = \frac{z^4}{1+z^2}$ ,  $C$  das positiv orientierte Quadrat mit Ecken bei  $0$ ,  $1 - i$ ,  $2$ ,  $1 + i$ .
- b)  $f(z) = z^3$ ,  $C$  der Viertelkreisbogen von  $0$  nach  $1 + i$  mit Mittelpunkt bei  $i$ .
- c)  $f(z) = \frac{\cos z}{z - i \ln 2}$ ,  $C$  positiv orientierter Kreis um  $0$  mit Radius  $2\pi$ .

Vereinfachen Sie Ihr Resultat soweit wie möglich.

## 2. Aufgabe

15 Punkte

Betrachten Sie die gebrochen-lineare Abbildung

$$f(z) := \frac{z + 2i}{z - 2i}$$

- a) Skizzieren Sie das Bild der rechten Halbebene  $\operatorname{Re} z \geq 0$ , der oberen Halbebene  $\operatorname{Im} z \geq 0$  und des Inneren des Einheitskreises  $|z| < 1$ .
- b) Welche Kurven der  $z$ -Ebene werden auf Geraden abgebildet? Welche auf die Geraden durch den Ursprung?

## 3. Aufgabe

10 Punkte

Die komplexe Funktion  $f$  habe die in  $0 < |z| < 2$  konvergierende Laurentreihenentwicklung

$$f(z) = \sum_{n=-4}^{\infty} \frac{n^2+1}{n^2+4} \left(\frac{z}{2}\right)^n$$

Berechnen Sie  $\int_{\{|z|=1\}} f(z) dz$ . Dabei sei der Kreis  $\{|z|=1\}$  positiv orientiert.