

**Juli – Klausur (Verständnisteil)**  
**Analysis III für Ingenieure**

Name: ..... Vorname: .....

Matr.-Nr.: ..... Studiengang: .....

---

Die Lösungen sind in **Reinschrift** auf A4 Blättern abzugeben. Mit Bleistift geschriebene Klausuren können **nicht** gewertet werden.

Dieser Teil der Klausur umfasst die Verständnisaufgaben, sie sollten ohne großen Rechenaufwand mit den Kenntnissen aus der Vorlesung lösbar sein. Geben Sie, wenn nichts anderes gesagt ist, immer eine **kurze Begründung** an.

Die Bearbeitungszeit beträgt **eine Stunde**.

---

Die Gesamtklausur ist mit 32 von 80 Punkten bestanden, wenn in jedem der beiden Teile der Klausur mindestens 10 von 40 Punkten erreicht werden.

---

**Korrektur**

| 1 | 2 | 3 | 4 | 5 | 6 | $\Sigma$ |
|---|---|---|---|---|---|----------|
|   |   |   |   |   |   |          |
|   |   |   |   |   |   |          |

## 1. Aufgabe

7 Punkte

Sei  $n \in \mathbb{N}$ ,  $A$  eine  $n \times n$  Matrix,  $\vec{v}$  ein Eigenvektor von  $A$  zum Eigenwert  $\lambda$ . Bestimmen Sie  $e^{A\vec{v}}$ .

## 2. Aufgabe

7 Punkte

Zeigen Sie:  $y_1(x) = e^x$ ,  $y_2(x) = e^{-x}$  und  $y_3(x) = \sinh(x)$  sind Lösungen der Differentialgleichung  $y''(x) - y(x) = 0$ . Geben Sie ein Fundamentalsystem der Differentialgleichung an. Begründen!

## 3. Aufgabe

3 Punkte

Die Funktion  $y(x) = -\cos(x) - \sin(x) + 1$  löst das Randwertproblem

$$y''(x) + y(x) = 1, \quad y(0) = y\left(\frac{\pi}{2}\right) = 0.$$

Warum ist  $y$  keine Lösung des Randwertproblems

$$y''(x) + y(x) = 1, \quad y(0) = y(\pi) = 0?$$

## 4. Aufgabe

7 Punkte

Die Kreislinie  $|z - 1| = 1$  wird bei der Abbildung  $w = T(z) := \frac{1}{z}$  auf die Gerade  $\operatorname{Re}(w) = \frac{1}{2}$  abgebildet. Begründen Sie diese Aussage!

## 5. Aufgabe

7 Punkte

Bestimmen Sie die Laurentreihe von

$$f(z) = \frac{z^3 + z^2 + 3z + 1}{z^2}$$

um den Entwicklungspunkt  $z_0 = 0$ . Geben Sie Haupt- und Nebenteil der Laurentreihe an. Klassifizieren Sie die Singularität von  $f$  in  $z_0 = 0$ . Bestimmen Sie das Residuum von  $f$  im Punkt  $z_0 = 0$ .

## 6. Aufgabe

9 Punkte

Die Funktion  $f : \mathbb{C} \setminus \{0\} \rightarrow \mathbb{C}$  sei regulär analytisch. Für  $n \in \mathbb{N}$  gelte  $f\left(\frac{1}{n}\right) = 1$  und  $f\left(\frac{2}{n}\right) = -1$ . Welche Art von Singularität besitzt  $f$  im Nullpunkt?